

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \ln(x+1 + \sqrt{x^2 + 2x})$ وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\ln$ يرمز الى اللوغاريتم النبيري).

(1) احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة على اليمين في الصفر واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

(يمكن استعمال النهاية : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$)

ب- احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم اعط جدول تغيرات الدالة f .

(3) ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) .

(4) أنشئ المنحنى (C) .

(5) بين أن f تقابل من $[0, +\infty[$ نحو مجال J يتعين تحديده.

واحسب $f^{-1}(x)$.

(6) ليكن λ عددا حقيقيا بحيث $0 < \lambda < 1$.

أ- تحقق من أن : $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}}$

ب- احسب التكامل : $I = \int_{\lambda}^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x}} dx$ (يمكن استعمال $f'(x)$).

ج- باستعمال طريقة المكاملة بالأجزاء، احسب $A(\lambda)$ مساحة السطح المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على

التوالي $x = \lambda$ و $x = 1$.

د- احسب نهاية $A(\lambda)$ عندما تؤول λ الى 0.

A

Achamel