

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي : $g(x) = 1 - x + \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) حدد إشارة $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^{*+} - \{1\}$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي :

$$f(x) = \sqrt{x} \ln x - x \quad \text{إذا كان } x > 0 \text{ و } f(0) = 0$$

وليكن $\mathcal{C}$ منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0.

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0.

$$(2) \text{ أ- بين أنه لكل } x \text{ من } \mathbb{R}^{*+} : f(x) = x \left(\frac{2 \ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - 1 \right) \text{ ثم استنتج نهاية } f \text{ عند } +\infty.$$

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى $\mathcal{C}$.

$$(3) \text{ أ- بين أنه لكل } x \text{ من } \mathbb{R}^{*+} : f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} g(\sqrt{x})$$

ب- استنتج جدول تغيرات f .

(4) ارسم المنحنى $\mathcal{C}$.

(5) ليكن λ عددا حقيقيا بحيث $0 < \lambda < 1$.

$$\text{أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل : } J = \int_{\lambda}^1 \sqrt{x} \ln x \, dx$$

ب- احسب المساحة الهندسية $A(\lambda)$ للسطح المحدد بالمنحنى $\mathcal{C}$ والمستقيمات التي معادلاتها $x = \lambda$ و $x = 1$ و $y = -x$ ثم حدد : $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$
 $\lambda > 0$