

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{4\}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - 3\sqrt{1-x} & (x \in]-\infty, 1]) \\ f(x) = \frac{1}{2-\sqrt{x}} & (x \in [1, 4[\cup]4, +\infty[) \end{cases}$$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(الوحدة : 1cm)

1- أثبت أن الدالة f متصلة في النقطة $x_0 = 1$. (0,5 ن)

2- أ- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة 1 على اليمين. (0,5 ن)

ب- احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right)$ (يمكنك وضع $u = \sqrt[3]{1-x}$) ثم

أول هندسيا النتيجة المتوصل إليها . (0,75 ن)

3- أ- احسب نهايات f عند محداث D_f مجموعة تعريف الدالة f . (1 ن)

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f . (1,5 ن)

4- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ $x \in]0, 1[$ تقبل حلا وحيدا α وأن

$$\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{4} \quad (0,75 \text{ ن})$$

5- أ- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) . (1 ن)

ب- أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن : $f\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و نأخذ $\sqrt{5} \approx 2,24$) (1,5 ن)

6- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, 2[$ و (u_n) المتتالية

العددية بحيث : $u_0 = \frac{16}{9}$ و $U_{n+1} = g(u_n)$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

أ- أثبت أن : $g(I) \subset I$. (0,5 ن)

ب- أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها . (2 ن)