

لتكن (u_n) متتالية عددية بحيث :

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = 4 \text{ و } u_0 = 2 \\ u_{n+2} = (1 + \sqrt{2}) u_{n+1} - \sqrt{2} u_n \end{array} \right\} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}.$$

(1) نضع $v_n = u_{n+1} - u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

بين أن (v_n) متتالية هندسية محدداً أساسها.

(2) أ- احسب u_n بدلالة n .

ب- حدد نهاية المتتالية (u_n)

(3) نضع $w_n = v_n^2 - 2 v_n \cos v_n + 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- بين أن $w_n \geq (v_n - 1)^2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- استنتج نهاية المتتالية (w_n) .