

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$\left. \begin{aligned} x > 0 \text{ إذا كان } f(x) &= \frac{x^4 + x^3 - 2x^2 + 1}{x^3} \\ x < 0 \text{ إذا كان } f(x) &= \frac{x^3 + 1}{x} \end{aligned} \right\}$$

ليكن (ζ) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

$$1 \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

2-أ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (ζ) بجوار $+\infty$

ب- حدد موقع المنحنى (ζ) بالنسبة لمقاربه المائل عندما يكون $x > 1$

ج- حدد باقي الفروع اللانهائية للمنحنى (ζ)

3- لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f . بين أن

$$f'(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2} \quad \text{لكل } x \text{ من }]-\infty, 0[$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 3)}{x^4} \quad \text{لكل } x \text{ من }]0, +\infty[$$

4- ضع جدول تغيرات الدالة f .

5- لتكن f'' الدالة المشتقة الثانية للدالة f . نقبل أن:

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^3} \quad \text{لكل } x \text{ من }]-\infty, 0[$$

$$f''(x) = \frac{-4(x^2 - 3)}{x^5} \quad \text{و لكل } x \text{ من }]0, +\infty[$$

أ- حدد، معللا جوابك، زوج إحداثيتي كل من نقطتي انعطاف المنحنى (ζ) .

ب- حدد معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (ζ) في كل نقطتي الانعطاف.

$$6- \text{ أنشئ المنحنى } (\zeta) \text{ ، نأخذ : } \|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm ونأخذ : } \sqrt{3} \approx 1,7 \text{ و } \frac{4+3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \approx 1,8$$