

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $u_0 = 1$ و $u_1 = 3$ ، ولكل n من $\mathbb{N}^*$:

$$u_{n+1} = \frac{1}{4} a^3 u_n - (a-1) u_{n-1} \quad \text{حيث } a \in \mathbb{R}.$$

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بـ : $v_n = u_n - u_{n-1}$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

(1) نضع : $a = 2$.

أ - بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ثابتة.

ب - استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية وحدد أساسها.

(2) نضع $a = -2$.

أ - بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدد الأول.

ب - اكتب v_n و $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n .

ج - بين أن $S_n = u_n - 1$; $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

د - هل المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ؟ علل جوابك.