

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 + 2u_n + 1}{2u_n + 1} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

(1) احسب u_1 و u_2 .

(2) أ - بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq 0$.

ب - بين أن (u_n) تزايدية قطعا.

(3) أ - بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n > \frac{1}{2}$.

ب - استنتج أن لكل n من $\mathbb{N}^*$: $u_n > \frac{n}{2}$.

(4) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.