

I/ نعتبر الدالة g بحيث $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) = 1 + x - e^{-2x}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أدرس تغيرات الدالة g واستنتج أن : $\forall x < 0 : g(x) < 0$

II/ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f(x) = \ln(1 + x e^x) & ; x > 0 \\ f(x) = x e^x + e^{-x} - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) برهن أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ (تذكير : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$)

(3) أعط معادلة نصف المماس لـ (C_f) على اليمين في النقطة ذات الألفصول 0.

(4) برهن أن : $\forall x < 0 : \frac{f(x)}{x} = e^x - \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{1}{e^x}$

(5) باعتماد السؤال (4) أدرس قابلية اشتقاق f في 0 على اليسار وأول هندسيا النتيجة.

(6) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ وأول هندسيا النتيجة.

ب- برهن أن $\forall x < 0 : f(x) = x + \ln(x) + \ln\left(1 + \frac{1}{x e^x}\right)$

ج- استنتج أن (C_f) يقبل فرعاً شلجيميا اتجاهه $\Delta : y = x$ بجوار $+\infty$.

(7) أ- بين أن $\forall x < 0 : f'(x) = e^x g(x)$

ب- أحسب $f''(x)$ لكل $x \in]0, +\infty[$

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f .

(8) أنشئ $(\tilde{C}_f)$ (نقبل أن (C_f) يوجد فوق (Δ) على المجال $]0, +\infty[$).

إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي