

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \ln\left(\frac{4x}{x+1}\right) - \sqrt{x}$$

وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- أ- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (1 ن)

ب- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. (0,5 ن)

2- أ- بين أنه لكل x من $]0, +\infty[$ لدينا :

(1 ن) $f'(x) = \frac{(x + \sqrt{x} + 2)}{2x(x+1)} (1 - \sqrt{x})$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f . (1 ن)

3- ارسم المنحنى (C) (نأخذ $\ln = 0,7$ ونقبل أن المنحنى (C) يقبل

نقطة انعطاف I أفصولها x_0 بحيث : $3 < x_0 < 4$. (1 ن)

4- لتكن F الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$F(x) = x \ln(4x) - (x+1) \ln(x+1) - \frac{2}{3}x \sqrt{x}$$

بين أن F دالة أصلية للدالة f على $]0, +\infty[$. (1 ن)

5- ليكن λ عددا حقيقيا بحيث : $0 < \lambda < 1$.

أ- أحسب $\mathcal{A}(\lambda)$ مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) ومحور
الأفصيل والمستقيمين المرفين بالمعادلتين $x = 1$ و $x = \lambda$. (1 ن)

ب- أحسب : $\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} \mathcal{A}(\lambda)$. (0,5 ن)

6- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x) = e^x + \ln \left(\frac{e^{2x} + 1}{4e^{2x}} \right)$$

أ- تحقق من أنه لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g(x) = -f(e^{2x})$. (0,5 ن)

ب- اعط جدول تغيرات الدالة g . (1 ن)