

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{x}{2} - \ln \left(1 + \frac{|x|}{2} \right)$$

و $\mathcal{C}$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- أ- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$(1 \text{ ن}) \quad f(x) = x \left(\frac{1}{2} - \frac{\ln |x|}{x} \right) - \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{|x|} \right)$$

ب- استنتج : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (1 ن)

2- أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 0$ (1 ن)
 [تذكير : $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1$]

ب- ادرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$. (1,5 ن)

3- أ- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $\mathcal{C}$. (1 ن)

ب- بين أن : $f(x) \leq \frac{x}{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$. (1 ن)

4- ادرس المنحنى $\mathcal{C}$. (1 ن)

5- نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]-\infty, 2[$ بما يلي :

$$F(x) = (x-2) \ln \left(1 - \frac{x}{2} \right) - x$$

أ- احسب $F'(x)$ لكل x من $]-\infty, 2[$. (1 ن)

ب- استنتج حساب مساحة الحيز المحصور بالمنحنى $\mathcal{C}$ ومحور

الأرأيتب والمستقيمين $D : x = -1$ و $D' : y = \frac{x}{2}$. (1 ن)

A Channel