

نحسب مايلي:

$$A = 3^2 + 3^{-2} = 3^2 + \frac{1}{3^2}$$

$$A = 9 + \frac{1}{9}$$

تعني:

$$A = \frac{82}{9} \text{ أي } A = \frac{81+1}{9}$$

تعني أن:

$$B = \frac{-20}{28} + \frac{20}{28} \times \frac{7}{5} - \frac{7}{5}$$

$$B = \frac{-\cancel{4} \times 5}{\cancel{4} \times 7} + \frac{\cancel{4} \times \cancel{7}}{\cancel{4} \times 7} \times \frac{7}{5} - \frac{7}{5}$$

$$B = \frac{-5}{7} + 1 - \frac{7}{5}$$

$$B = \frac{-25}{35} + \frac{35}{35} - \frac{49}{35}$$

$$B = \frac{-25 + 35 - 49}{35}$$

$$B = \frac{-39}{35}$$

أي:

$$C = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$$

$$C = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{25 \times 3}$$

$$C = (4\sqrt{3}) + (3\sqrt{4}\sqrt{3}) - (2\sqrt{25}\sqrt{3})$$

$$C = (4\sqrt{3}) + (3 \times 2\sqrt{3}) - (2 \times 5\sqrt{3})$$

$$C = (4 + 6 - 10)\sqrt{3}$$

$$C = 0 \text{ أي } C = 0\sqrt{3}$$

$$D = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$$

$$D = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times (3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2$$

$$D = (9 \times 2) - (2 \times 6\sqrt{3}) + 4 \times 3$$

$$D = 18 - 12\sqrt{6} + 12$$

$$D = 30 - 12\sqrt{6}$$

$$E = 7 \times \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{18}{5}} = 7 \times \sqrt{\frac{10 \times 18}{5}} \text{ لدينا:}$$

$$E = 7 \times \sqrt{36} \text{ أي } E = 7 \times \sqrt{\frac{6 \times 2 \times 18}{6}} \text{ تعني:}$$

$$\boxed{E = 42} \text{ أي } E = 7 \times 6$$

لدينا :

$$F = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \quad \text{تعني أن :}$$

$$F = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$$

$$F = \frac{\sqrt{12} - 2}{3 \times 2} - \frac{\sqrt{12} - 2}{\sqrt{6^2} - \sqrt{2^2}}$$

$$F = \frac{\sqrt{12} - 2}{6} - \frac{\sqrt{12} - 2}{6 - 2}$$

$$F = \frac{\sqrt{12} - 2}{6} - \frac{\sqrt{12} - 2}{4}$$

$$F = \frac{2\sqrt{12} - 4}{12} - \frac{3\sqrt{12} - 6}{12}$$

$$F = \frac{2\sqrt{12} - 4 - 3\sqrt{12} + 6}{12}$$

$$F = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{12} \quad \text{تعني } F = \frac{2 - \sqrt{12}}{12}$$

$$F = \frac{2 \times (1 - \sqrt{3})}{2 \times 6}$$

تعني :

$$\boxed{F = \frac{1 - \sqrt{3}}{6}}$$

أي :

حل التمرين 4

1) نبين أن العدد M هو عدد صحيح طبيعي حيث :

$$M = \frac{2,3 \times 10^2 - 0,17 \times 10^3}{0,5 \times 10^{-1}}$$

$$2,3 \times 10^2 = 230$$

نعلم أن :

$$0,17 \times 10^3 = 170$$

وأن :

$$0,5 \times 10^{-1} = 0,05$$

وأن :

$$M = \frac{230 - 170}{0,05} = \frac{60}{0,05}$$

إذن لدينا :

$$\boxed{M = 1200}$$

أي أن :

إذن M عدد صحيح طبيعي.

بطريقة أخرى:

$$M = \frac{2,3 \times 10^2 - 0,17 \times 10^3}{0,5 \times 10^{-1}} \quad \text{لدينا :}$$

$$M = \frac{2,3 \times 10^2 - 1,7 \times 10^2}{5 \times 10^{-2}} \quad \text{يعني أن :}$$

$$M = \frac{(2,3 - 1,7) \times 10^2}{5 \times 10^{-2}} \quad \text{يعني أن :}$$

$$M = \frac{(0,6) \times 10^2 \times 10^2}{5} \quad \text{يعني أن :}$$

$$M = \frac{0,6 \times 10^4}{5} = \frac{6000}{5} \quad \text{يعني أن :}$$

$$\boxed{M = 1200} \quad \text{أي :}$$

(2) استنتاج كتابة علمية للعدد : M .

$$M = 1200 = 12 \times 10^2 \quad \text{لدينا :}$$

$$\boxed{M = 1,2 \times 10^3} \quad \text{أي أن :}$$



$$H = (2x + 3)^2 - 4\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 \quad (1) \text{ ننشر ونبسط } H \text{ حيث}$$

$$H = (4x^2 + 12x + 9) - 4\left(\frac{x^2}{4} - x + 1\right) \quad \text{لدينا :}$$

$$H = 4x^2 - 3x^2 + 12x + 4x - 4 \quad \text{تعني :}$$

$$\boxed{H = 3x^2 + 16x + 5} \quad \text{أي :}$$

(2) نبين أن : $H = (3x + 1)(x + 5)$ في المعطيات نعلم أن :

$$H = (2x + 3)^2 - \left[2\left(\frac{x}{2} - 1\right)\right]^2 = (2x + 3)^2 - (x - 2)^2$$

نعني أن :

$$H = [(2x + 3) - (x - 2)] [(2x + 3) + (x - 2)]$$

نعني أن :

$$H = (2x + 3 - x + 2) (2x + 3 + x - 2)$$

تعني أن :

$$H = (x + 5) (3x + 1)$$

أي أن :

$$\boxed{H = (3x + 1) (x + 5)}$$

بطريقة أخرى:

$$(3x + 1)(x + 5) = 3x^2 + 15x + x + 5$$

$$\boxed{(3x + 1)(x + 5) = 3x^2 + 16x + 5} \quad \text{أي أن :}$$

$$H = 3x^2 + 16x + 5 \quad \text{وبما أن :}$$

$$\boxed{H = (3x + 1)(x + 5)} \quad \text{فإن :}$$

(3) نحسب H في الحالات التالية :

(a) من أجل $x = -5$ لدينا

$$H = (3x(-5) + 1)(-5 + 5) = (-15 + 1) \times 0$$

$$\boxed{H = 0}$$

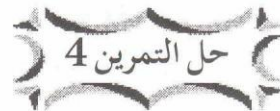
أي :

(b) من أجل $x = 0$ لدينا

$$H = ((3 \times 0 + 1)(0 + 5)) = 1 \times 5$$

$$\boxed{H = 5}$$

أي :



نحل المعادلات التالية :

$$(1) \text{ لدينا : } \frac{3x - 1}{2} - \frac{5x - 2}{10} = \frac{8}{5} + \frac{3 - 7x}{4}$$

نوجد المقامات :

$$10 \left(\frac{3x - 1}{20} \right) - \frac{2(5x - 2)}{20} = \frac{32}{20} + \frac{5(3 - 7x)}{20}$$

المقام المشترك هو 20 إذن :

$$\frac{30x - 10}{20} - \frac{10x - 4}{20} = \frac{32}{20} + \frac{15 - 35x}{20}$$

$$30x - 10 - 10x + 4 = 32 + 15 - 35x \quad \text{تعني أن :}$$

$$20x - 6 = 47 - 35x \quad \text{تعني أن :}$$

$$20x + 35x = 47 + 6 \quad \text{تعني أن :}$$

$$55x = 53$$

$$\boxed{x = \frac{53}{55}}$$

أي أن :

ومنه العدد $\frac{53}{55}$ هو حل هذه المعادلة .

$$x - \sqrt{2} = x\sqrt{2} - 1 \quad (2) \text{ لدينا :}$$

$$x - x\sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 \quad \text{تعني أن :}$$

$$x(1 - \sqrt{2}) = -(1 - \sqrt{2}) \quad \text{تعني أن :}$$

$$x = \frac{-(1 - \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})} \quad \text{تعني أن :}$$

$$\boxed{x = -1}$$

أي أن :

إذن العدد -1 هو حل المعادلة $x - \sqrt{2} = x\sqrt{2} - 1$

$$3(x^2 - 2x + 1) = x^2 - 1 \quad (3) \text{ لدينا :}$$

$$3(x - 1)^2 = (x - 1)(x + 1) \quad \text{تعني أن :}$$

$$3(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

العامل المشترك هو $(x - 1)$

$$(x - 1) \times [3(x - 1) - (x + 1)] = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$(x - 1)(3x - 3 - x - 1) = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$(x - 1)(2x - 4) = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{أو} \quad 2x - 4 = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{أو} \quad 2x = 4 \quad \text{تعني أن :}$$

$$\boxed{x = 1} \quad \text{أو} \quad \boxed{x \cdot \frac{4}{2} = 2} \quad \text{تعني أن :}$$

وبالتالي لهذه المعادلة حلان هما 1 و 2.

$$(2x - 4)(3x + 1) + x^2 - 2x = 0 \quad \text{(4 لدينا :)}$$

$$2(x - 2)(3x + 1) + (x - 2)x = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$(x - 2)[2(3x + 1) + x] = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$(x - 2)(6x + 2 + x) = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$(x - 2)(7x + 2) = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{أو} \quad 7x + 2 = 0 \quad \text{تعني أن :}$$

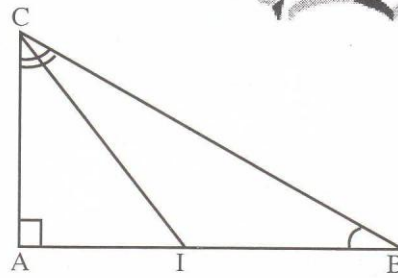
$$x = 2 \quad \text{أو} \quad x = -\frac{2}{7} \quad \text{أي :}$$



وبالتالي لهذه المعادلة حلان هما $-\frac{2}{7}$ و 2.

حل التمرين 5

الشكل :



(1) حساب المسافة BC :

في المعطيات نعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن حسب

مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$BC^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2 \quad \text{تعني أن :}$$

$$BC^2 = 16 \times 3 + 16 \quad \text{تعني أن :}$$

$$BC^2 = 48 + 16 \quad \text{تعني أن :}$$

$$\boxed{BC = \sqrt{64} = 8} \quad \text{أي :} \quad BC^2 = 64 \quad \text{تعني أن :}$$

(2) حساب $\sin \widehat{ABC}$ و $\cos \widehat{ABC}$ في المثلث ABC القائم

الزاوية في A لدينا :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad \text{و} \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{8} \quad \text{و} \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{4}{8} \quad \text{تعني أن :}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{و} \quad \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \quad \text{أي أن :}$$

وبما أن : $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

فإننا نستنتج أن : $\widehat{ABC} = 30^\circ$

(3 أ) - حساب قياس الزاوية $\widehat{ACI}$:

نعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A وأن : $\widehat{ABC} = 30^\circ$

إذن : $\widehat{ACB} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ أي أن : $\widehat{ACB} = 60^\circ$

وفي المعطيات نعلم أن نصف المستقيم [CI] هو منتصف الزاوية

$$\widehat{ACB} \text{ أي أن : } \widehat{ACI} = \frac{\widehat{ACB}}{2}$$

$$\widehat{ACI} = \frac{60}{2} \text{ : أي أن :}$$

$$\boxed{\widehat{ACI} = 30^\circ} \text{ : أي أن :}$$

(ب) - حساب المسافة CI :

في المثلث ACI القائم في A لدينا : $\cos \widehat{ACI} = \frac{AC}{CI}$

$$\cos 30^\circ = \frac{4}{CI} \text{ : يعني أن :}$$

$$CI = \frac{4}{\cos 30^\circ} \text{ : يعني أن :}$$

$$CI = \frac{4}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \text{ : يعني أن :}$$

$$CI = 4 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ (لأن } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{) ومنه فإن}$$

$$\boxed{CI = \frac{8\sqrt{3}}{3}} \text{ : أي : } CI = \frac{8}{\sqrt{3}}$$



نحسب $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ : نعلم أن :}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \text{ : يعني أن :}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{5}{9} \text{ : وفي المعطيات نعلم أن } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ أي أن :}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{9} \text{ ومنه فإن } \sin^2 \alpha = 1 - \frac{5}{9} \text{ يعني أن :}$$

$$\boxed{\sin \alpha = \frac{2}{3}} \text{ : أي أن : } \sin \alpha = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$$

$$\text{لأن : } (0 < \alpha < 90^\circ, 0 < \sin \alpha < 1)$$

* حساب : $\tan \alpha$

نعلم أن : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

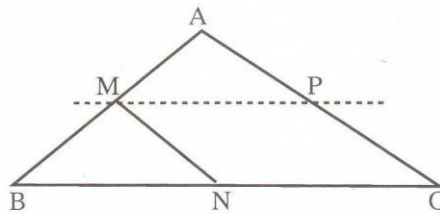
وأن : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و $\sin \alpha = \frac{2}{3}$

إذن : $\tan \alpha = \frac{2}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$ يعني أن : $\tan \alpha = \frac{2}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$

أي : $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ أي أن : $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

حل التمرين 7

الشكل :



(1) حساب BN و MN :

في المثلث ABC نعلم أن :

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا :

$$\begin{cases} (MN) \parallel (AC) \\ M \in [AB] \\ N \in [BC] \end{cases}$$

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$$

وفي المعطيات نعلم أن :

$$AM = 2 \text{ و } BC = 10 \text{ و } AC = 6 \text{ و } AB = 5$$

$$BM = 5 - 2 = 3 \quad \text{أي أن :}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{BN}{10} = \frac{MN}{6} \quad \text{إذن لدينا :}$$

$$BN = \frac{3}{5} \times 10 \quad \text{تعني أن :} \quad \frac{BN}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{BN = 6} \quad \text{أي :}$$

$$MN = 6 \times \frac{3}{5} \quad \text{تعني أن :} \quad \frac{MN}{6} = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{MN = \frac{18}{5}} \quad \text{أي أن :}$$

(2) هل $(BC) \parallel (MP)$ ؟

جواب

حسب المعطيات نعلم في المثلث ABC أن $P \in [Ac]$

و $M \in [AB]$ وأن : $AM = 2$ و $AB = 5$ و $AP = 2,4$ و $AC = 6$

$$\frac{AM}{AB} = 0,4 \quad \text{أي أن :} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{AP}{AC} = 0,4 \quad \text{أي :} \quad \frac{AP}{AC} = \frac{2,4}{6}$$

وبالتالي لدينا في المثلث ABC :

$$P \in [Ac] \text{ و } M \in [AB] \text{ و } \frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC}$$

إذن حسب خاصية طاليس العكسية نستنتج أن المستقيمين (MP)

و (BC) متوازيان.