

سلسلة تمارين حول التذبذبات الميكانيكية

(1) تمرين رقم 1: النواس المرن الرأسي :

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من نابض صلابته $K = 20 N/m$ وجسم صلب كتلته $m = 200 g$. نزيح الجسم S رأسيا عن موضع توازنه ب $3 cm$ ثم نحرره بدن سرعة بدنية.



تعتبر معلما $(o, \vec{i})$ رأسيا موجها نحو الأسفل أصله O منطبق مع مركز قصور الجسم S عند التوازن G_O . عند اللحظة $t = 0$ يمر الجسم من موضع توازنه المستقر G_O في المنحنى الموجب.

(1) أوجد إطالة النابض $\Delta \ell_o$ عند التوازن .

(2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

(3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

(4) احسب الدور الخاص والنابض الخاص لحركة المتذبذب. (نعطي : $g = 10 N/Kg$) .

الإجابة:

(1) المجموعة المدروسة { الجسم S }

جرد القوى : الجسم عند التوازن يخضع للقوى التالية: • $\vec{P}$: وزن الجسم .

$\vec{T}_O = K\Delta \ell_o$: القوة المقرونة بتوتر الخيط عند التوازن. شدتها

من خلال شرط الوازن لدينا $T_O = P = m.g$ أي: $mg - K\Delta \ell_o = 0$ هذه العلاقة تعبر عن شرط التوازن.

ومنه إطالة النابض عند التوازن هي: $\Delta \ell_o = \frac{m.g}{K} = \frac{0,2 Kg \cdot 10 N/Kg}{20 N/m} = 0,1 m = 10 cm$

(2) تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

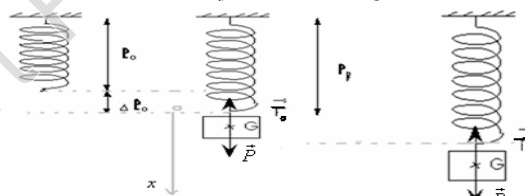
خلال حركته يخضع الجسم S للقوى التالية: • $\vec{P}$: وزن الجسم

• $\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر الخيط خلال التذبذب. $\vec{T} = -K(\Delta \ell_o + x)\vec{i}$

العلاقة : $\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}_G$ تكتب كما يلي : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$

$$(2) \vec{P} - K(\Delta \ell_o + x)\vec{i} = m.\vec{a}_G$$

نعتبر معلما $(o, \vec{i})$ موجها نحو الأسفل أصله O . منطبق مع الطرف السفلي للنابض عند التوازن (انظر الشكل)



بإسقاط العلاقة (2) على المحور (o, x) نحصل على :

$$+ P - K(\Delta \ell_o + x) = m.a_x$$

$$mg - K\Delta \ell_o - Kx = m.\ddot{x}$$

وبما أنه من خلال شرط التوازن $mg - K\Delta \ell_o = 0$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$$- Kx = m.\ddot{x} \quad \text{أي:} \quad \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن الراسي.}$$

(3) حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي : $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

من خلال المعطيات لدينا : $x_m = 3 cm$

ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند $t = 0$ ، $x = 0$ ، إذن : $0 = x_m \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = 0 \Leftrightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ وبما أنه عند

اللحظة $t = 0$ يمر الجسم من موضع توازنه في المنحنى الموجب $v > 0$ عند اللحظة $t = 0$.

وبما أن : $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ فإن : $v = \dot{x} = -x_m \omega_o \sin(\omega_o t + \varphi)$

وعند $t = 0$ ، $v = -x_m \omega_o \sin \varphi > 0$ ، $\varphi < 0 \Leftarrow \sin \varphi < 0 \Leftarrow$ إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

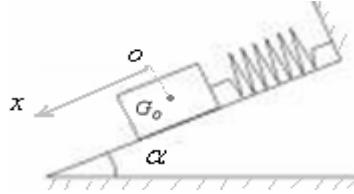
وبالتالي: $x(t) = 3.10^{-2} \cos(\omega_o.t - \frac{\pi}{2})$

(4) النبض الخاص: $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = \sqrt{100} = 10 \text{ rad / s}$

الدور الخاص: $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ s} = 628 \text{ ms}$

(2) تمرين رقم 2: النواس المرن المائل.

جسم صلب كتلته $m = 100 \text{ g}$ بإمكانه أن ينزلق بدون احتكاك فوق نضد هوائي ، مائل بزاوية $\alpha = 10^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي. هذا الجسم مرتبط بنابض كما يبينه الشكل التالي:



علما أن إطالة النابض عند التوازن $\Delta \ell_o = 8 \text{ cm}$ ، وشدة الثقالة $g = 9,8 \text{ N / kg}$.

(1) أوجد إطالة النابض.

(2) نزيح الجسم الصلب عن موضع توازنه المستقر نحو الأسفل بـ 3 cm ثم نحرره بدون سرعة بدئية .

(1-2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

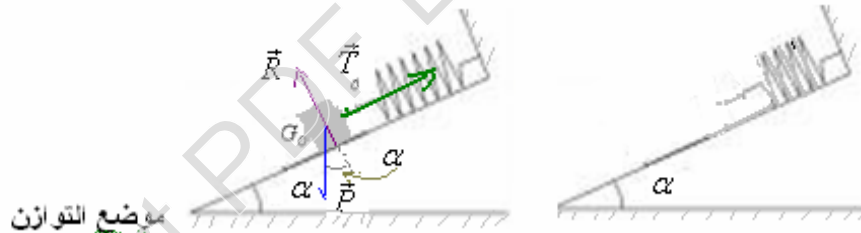
2-2: علما أن مركز قصور الجسم يمر ، عند اللحظة $t = 0$ من النقطة ذات الألفصول $x = +1,5 \text{ cm}$ في المنحنى الموجب .

أوجد المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية .

(3-2) احسب الدور الخاص للحركة التذبذبية.

الإجابة:

(1) دراسة التوازن:



عند التوازن ، يخضع الجسم الصلب للقوى التالية :

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك .

$\vec{T}_o$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $T_o = k \cdot \Delta \ell_o$.

لدينا عند التوازن : $\vec{P} + \vec{T}_o + \vec{R} = \vec{0}$

بالإسقاط على المحور ox :

وهو شرط التوازن $m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot \Delta \ell_o = 0$ $\Leftrightarrow + P \sin \alpha - T_o + 0 = 0$

ومنه : $k = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\Delta \ell_o} = \frac{0,1 \text{ kg} \times 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times \sin 10}{8 \times 10^{-2} \text{ m}} \approx 2,13 \text{ N / m}$

(2) (1-2) خلال الحركة التذبذبية يخضع الجسم الصلب للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك .

$\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $\vec{T} = -k(x + \Delta \ell_o) \vec{i}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة السابقة على المحور Ox :

$$+ P \sin \alpha + 0 - k(x + \Delta \ell_0) = m.a_x$$

$$(2) \quad mg \cdot \sin \alpha - k.x - k\Delta \ell_0 = m.\ddot{x} \quad \text{أي:}$$

ومن خلال شرط الوزن لدينا : $m.g \cdot \sin \alpha - k.\Delta \ell_0 = 0$ إذن العلاقة (2) تصبح : $-k.x = m.\ddot{x}$ ⇐

$$m.\ddot{x} + k.x = 0 \quad \text{أي:} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

(2-2) المعادلة الزمنية للحركة :

حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$ هي عبارة عن دالة جيبية على الشكل : $x = x_m \cdot \cos(\omega_0.t + \varphi)$

مع : $x_m = 3\text{cm} = 3 \times 10^{-2} \text{m}$

النبض الخاص : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2,13}{0,1}} = 4,61 \text{rad/s}$

إذن الحل يصبح : $x = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(4,61.t + \varphi)$

تحديد الطور φ عند أصل التواريخ : من خلال الشروط البدئية لدينا : عند اللحظة $t = 0$ ، $x = +1,5\text{cm} = 1,5 \times 10^{-2} \text{m}$

بالتعويض في الحل السابق : $x = x_m \cdot \cos(\omega_0.t + \varphi)$ نحصل على : $1,5 \times 10^{-2} = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(\varphi)$

ومنه : $\cos \varphi = 0,5$ ⇐ $\varphi = \cos^{-1}(0,5) = \pm \frac{\pi}{3}$

وبما أن الجسم يمر من هذه النقطة عند أصل التواريخ في المنحى الموجب ، فإن $v > 0$ (عند $t = 0$).

لدينا : $x = x_m \cdot \cos(\omega_0.t + \varphi)$

إذن : $v = \dot{x} = -x_m \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0.t + \varphi)$

وعند $t = 0$ ، $v = \dot{x} = -x_m \cdot \omega_0 \cdot \sin \varphi > 0$ ، $\sin \varphi < 0$ ⇐ $\varphi < 0$ ⇐

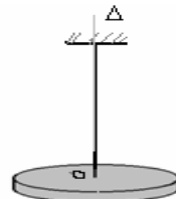
إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي : $x = 3 \times 10^{-2} \cdot \cos(4,61.t - \frac{\pi}{3})$

(3-2) الدور الخاص :

$$T_O = \frac{2.\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 1,36\text{s}$$

(3) تمرين رقم 3: نواس اللي .

قرص متجانس شعاعه $r = 10\text{cm}$ ، كتلته $m = 200\text{g}$ ، مثبت من مركزه O بواسطة بواسطة سلك رأسي قابل لللي ، كما يبينه الشكل التالي:



عندما نزيح القرص عن موضع توازنه بحيث يصبح السلك ملتويا ثم نحرره ، تصبح له حركة دورانية تذبذبية حول المحور Δ . مدة 15

تذبذبة تساوي : 17,2s. عزم قصور القرص بالنسبة للمحور Δ هو : $J_\Delta = \frac{1}{2} m.r^2$.

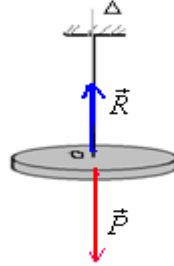
- (1) أثبت المعادلة التفاضلية للحركة ، ثم أوجد ثابتة اللي C للسلك المستعمل .
- (2) القرص في موضع توازنه . نديره باليد ، بحيث ينجز نصف دورة في المنحى المباشر (الذي نعتبره المنحى الموجب) حول المحور Δ ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$.
- (3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

4) اعط تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي، ثم احسب قيمتها في لحظة تحريره بعد إدارته بنصف دورة كما هو مبين في السابق. باعتبار كحالة مرجعية $Ep = 0$ عند الموضع $\theta = 0$ السؤال .

الإجابة:

1) القرص خلال الحركة يخضع للقوى التالية:

- $\vec{P}$: وزنه.
- $\vec{R}$: تأثير السلك .
- قوى اللي ذات العزم : $M_t = -C.\theta$



تطبيق العلاقة الأساسية لتحريك القرص: $\Sigma M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \ddot{\theta}$ لان القرص في حالة دوران.

$$M_{\Delta} \vec{P} + M_{\Delta} \vec{R} + M_t = J_{\Delta} \ddot{\theta} \quad \text{أي:}$$

$M_{\Delta} \vec{P} = 0$ و $M_{\Delta} \vec{R} = 0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

$$0 + 0 - C.\theta = J_{\Delta} \ddot{\theta} \quad \text{إذن:}$$

$$\text{أي:} \quad J_{\Delta} \ddot{\theta} + C\theta = 0 \quad \text{ومنه:} \quad \ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}}\theta = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.}$$

$$(1) T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}}$$

$$\text{نبضها الخاص:} \quad \omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} \quad \text{ب:} \quad \text{rad/s} \quad \text{و دوره الخاص}$$

$$C = \frac{4.\pi^2.J_{\Delta}}{T_o^2} \quad \Leftarrow$$

$$T_o = \frac{17,2}{15} \quad \Leftarrow \quad 15.T_o = 17,2s \quad \text{ولدينا:}$$

$$\text{ومنه:} \quad C = \frac{4.\pi^2.\frac{1}{2}m.r^2}{\left(\frac{17,2}{15}\right)^2} = \frac{2\pi^2 \times 0,2 \times 0,1^2 \times 15^2}{17,2^2} = 0,03 N.m / rad$$

$$(2) \text{ حل هذه المعادلة التفاضلية} \quad \ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}}\theta = 0 \quad \text{دالة جيبية تكتب كما يلي:} \quad \theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$\text{نصف دورة يوافق زاوية:} \quad \theta_m = \pi . rad$$

$$\text{النبض الخاص:} \quad \omega_o = \frac{2.\pi}{T_o} = \frac{2.\pi}{17,2} \times 15 = 5,48 rad / s$$

$$\text{أو:} \quad \omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} = \sqrt{\frac{0,03}{\frac{1}{2}m.r^2}} = \sqrt{\frac{0,03}{0,5 \times 0,2 \times 0,1^2}} = 5,48 rad / s$$

$$\text{الحل يصبح كما يلي:} \quad \theta(t) = \pi \cos(5,48t + \varphi)$$

تحديد الطور عند أصل التواريخ:

المنحى المباشر يوافق المنحى الموجب . عند اللحظة $t = 0$ ، $\theta = +\pi$.

$$\text{بالتعويض في الحل السابق:} \quad \pi = \pi . \cos \varphi \quad \Leftarrow \quad \cos \varphi = 1 \quad \Leftarrow \quad \varphi = 0$$

$$\text{ومنه:} \quad \theta_{(t)} = \pi \cos 5,48t \quad \text{وهي المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية للقرص.}$$

(3) تعبير الطاقة الميكانيكية لهذا المتذبذب الميكانيكي : هي مجموع طاقته الحركية و طاقة وضعه للي.

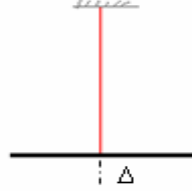
$$E_m = E_c + E_{p_t} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2$$

ومباشرة في لحظة تحرير القرص بعد إدارته بالزاوية $\theta = +\pi$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0,03 \times \pi^2 = 0,148 J$$

(4) تمرين رقم 4: نواس اللي .

يمثل الشكل التالي سلكا فولاديا رأسيا ، ثابتة ليه $C = 0,65 N.m / rad$ ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران J_{Δ} .



نيرا للقضيب أفقيا بزاوية $\theta_m = +\frac{\pi}{4}$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية. فتصبح له حركة تذبذبية . وفي غياب الاحتكاكات تبقى التذبذبات مصونة ، فينجز 20 ذبذبة في ظرف 24 ثانية.

علما أنه عند اللحظة $t = 0$ يمر من الموضع المعلم بالزاوية $\theta = +\frac{\pi}{8}$ في المنحنى الموجب .

(1)

1.1 أوجد المعادلة التفاضلية لحركة القضيب وبين أن حركته دورانية جيبية .

1-2 (احسب الدور الخاص T_0 لهذا المتذبذب الميكانيكي.

1-3 أوجد تعبير عزم القصور J_{Δ} للقضيب بدلالة T_0 و C ثم احسب قيمته .

1-4 (- أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

2) باعتبار كحالة مرجعية: $E_{p_t} = 0$ عند $\theta = 0$.

1-2 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة بدلالة J_{Δ} ، C ، θ و $\dot{\theta}$.

2-2 انطلقا من تعبير الطاقة الميكانيكية ، بين أن هذه الأخيرة تبقى ثابتة ثم استنتج قيمتها.

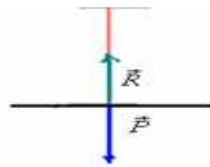
2-3 مثل مخططات الطاقة E_{p_t} و E_c و E_m بدلالة θ .

الإجابة:

(1-1)

المجموعة المدروسة {القضيب}

جرد القوى: القضيب خلال الحركة يخضع للقوى التالية:



• $\vec{P}$: وزنه.

• $\vec{R}$: تأثير السلك .

• قوى اللي ذات العزم : $M_t = -C \cdot \theta$

لان القضيب في حالة دوران.

تطبيق العلاقة الأساسية لتحريك على القضيب: $\Sigma M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$

$$M_{\Delta} \vec{P} + M_{\Delta} \vec{R} + M_t = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{أي:}$$

$M_{\Delta} \vec{P} = 0$ و $M_{\Delta} \vec{R} = 0$ لان خطي تأثيرهما يتقاطعان مع محور الدوران.

$$0 + 0 - C \cdot \theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad \text{إن:}$$

$$J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C \theta = 0 \quad \text{ومنه:} \quad \ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية للحركة التذبذبية لنواس اللي.}$$

حل هذه المعادلة دالة جيبية تكتب كما يلي: $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

====> إذن حركة القضيبي دورانية جيبيية.

نبضها الخاص: $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$ ب: rad/s

(2-1) الدور الخاص: T_o :

لدينا : $20T_o = 24s$ <==== $T_o = 1,2s$

$$J_{\Delta} = \frac{T_o^2 \times C}{4.\pi^2} \Leftrightarrow T_o^2 = 4.\pi^2 \cdot \frac{J_{\Delta}}{C} \Leftrightarrow T_o = \frac{2.\pi}{\omega_o} = 2.\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \quad (3-1)$$

تطبيق عددي : $J_{\Delta} = \frac{(1,2)^2 \times 0,65}{4.\pi^2} = 23,7 \times 10^{-3} kg.m^2$

(4-1) المعادلة الزمنية للحركة دالة جيبيية تكتب كما يلي : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi)$

مع : $\theta_m = \frac{\pi}{4}$ ، $\omega_o \approx 5,24 rad/s$ ،

عند اللحظة : $t = 0$ $\begin{cases} \theta = +\frac{\pi}{8} \\ \dot{\theta} > 0 \end{cases}$ لدينا : $\begin{cases} \cos \varphi = 0,5 \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{3} \\ \varphi < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

وبالتالي : $\theta(t) = \frac{\pi}{4} \cos\left(5,24.t - \frac{\pi}{3}\right)$

(2

(1-2

طاقة الوضع لي تعطيها العلاقة التالية : $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + C^{te}$

من خلال الحالة لمرجعية $E_{pt} = 0$ عند $\theta = 0$ وبذلك تكون $C^{te} = 0$.

وبالتالي : $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$

الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = \frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$

(2-2

بما أن الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة = الطاقة الميكانيكية للمجموعة تحفظ. $E_M = C^{te}$

ولدينا : $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_o t + \varphi) \Leftrightarrow \dot{\theta} = -\theta_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t + \varphi)$

بالتعويض في التعبير : $E_m = \frac{1}{2}.J_{\Delta}.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2$ نحصل على:

. $\omega_o^2 = \frac{C}{J_{\Delta}}$ نعوض $E_m = \frac{1}{2}.J_{\Delta}.\theta_m^2.\omega_o^2.\sin^2(\omega_o.t + \varphi) + \frac{1}{2}.C.\theta_m^2.\cos^2(\omega_o.t + \varphi)$

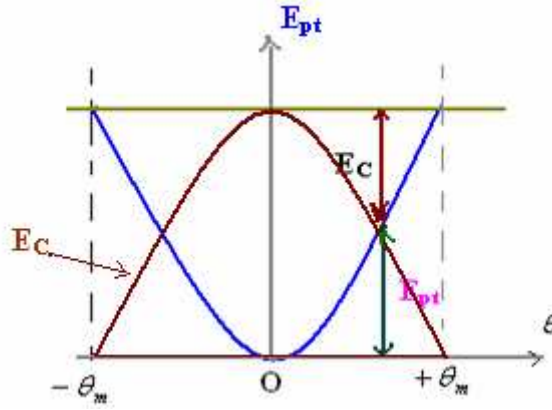
فحصل على : $E_m = C^{te} \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$

$E_m = 0,2J$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} C = 0,65 N.m / rad \\ \theta_m = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

يمكن تمثيل $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$ هو عبارة عن منحنى شلجمي.



الطاقة الميكانيكية ثابتة في كل لحظة : $E_m = \frac{1}{2}.C.\theta_m^2$

ولدينا في كل لحظة $E_c = E_m - E_{pt}$.

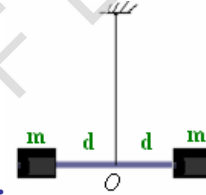
(5) تمرين رقم 5: نواس اللي .

يمثل الشكل التالي سلكا فولاذيا رأسيا ، ثابتة ليه C ، مثبتا من طرفه السفلي بمركز قصور قضيب متجانس عزم قصوره بالنسبة لمحور الدور J_O .

نديرا لقضيب أفقيا بزاوية θ_m ثم نحرره بدون سرعة بدنية . فتصبح له حركة تذبذبية .

(1) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة ثم اعط تعبير نبضها الخاص بدلالة J_O و C . ثم اعط تعبير الدور الخاص T_O .

نتبث على القضيب سحمتين لهما نفس الكتلة $m = m_1 = m_2 = 0,35\text{kg}$ كل منهما توجد على نفس المسافة d من النقطة O .

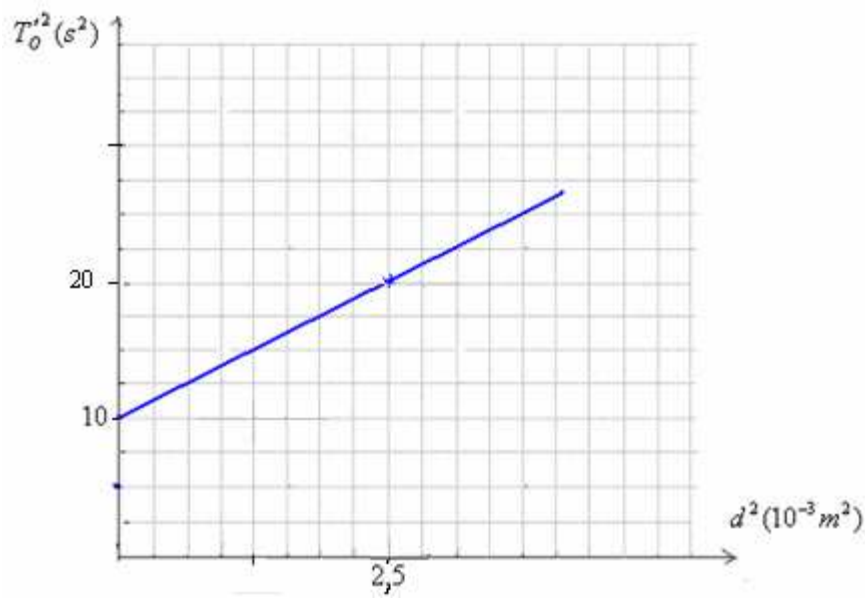


ندير القضيب أفقيا حول المحور Δ فيلتوي السلك بزاوية θ_m ، ثم نحرره بدون سرعة بدنية . نذكر بأن عزم قصور المجموعة (قضيب +

السحمتين) هو : $J_\Delta = J_O + 2.m.d^2$.

نقيس تغيرات الدور الخاص T_O للمجموعة بتغيير موضع السحمتين .

يمثل المنحنى التالي $T'_o = f(d^2)$



- (2) اعط تعبير الدور الخاص T'_0 بدلالة للمجموعة (قضيب + سحمتين) J_o ، m ، C و d .
 (3) أوجد قيمة C و J'_Δ .

(1) المعادلة التفاضلية : $J_o \ddot{\theta} + C\theta = 0$ والنابض الخاص : $\omega_o = \sqrt{\frac{C}{J_o}}$ والدور الخاص : $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o}{C}}$

(2) $T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o + 2.m.d^2}{C}}$

(3) لدينا :

$T_o'^2 = \frac{4\pi^2.J_o}{C} + \frac{8\pi^2.m}{C} \times d^2$ (1) $\Leftrightarrow T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{J_o + 2.m.d^2}{C}}$

نلاحظ أن المنحنى $T_o'^2 = f(d^2)$ عبارة عن مستقيم لا يمر من الأصل معادلته تكتب كما يلي :

$T_o'^2 = a.d^2 + b$

بحيث تمثل الثابتة a المعامل الموجه للمستقيم .

$a = \frac{\Delta T_o'^2}{\Delta d^2} = \frac{10}{2,5.10^{-3}} = 4 \times 10^3$

عندما تكون $d = 0$ $\Leftrightarrow T_o'^2 = b$ ونحصل مبيانيا على : $b = 10$

إذن : (2) $T_o'^2 = 4 \times 10^3.d^2 + 10$ بمقارنة (2) مع (1) نستنتج أن :

$C = \frac{8.\pi^2.m}{4 \times 10^3} = \frac{8.\pi^2.0,1}{4 \times 10^3} \approx 2 \times 10^{-3} N.m / rad$ ومنه : $\frac{8.\pi^2.m}{C} = 4 \times 10^3$

$J_o = \frac{10 \times C}{4\pi^2} = \frac{10 \times 2 \times 10^{-3}}{4\pi^2} = 5 \times 10^{-4} kg.m^2$ $\Leftrightarrow \frac{4\pi^2.J_\Delta}{C} = 10$ ولدينا :

SBIRO ABDELKRIM