

الدوران تمارين و حلول

تمرين 1

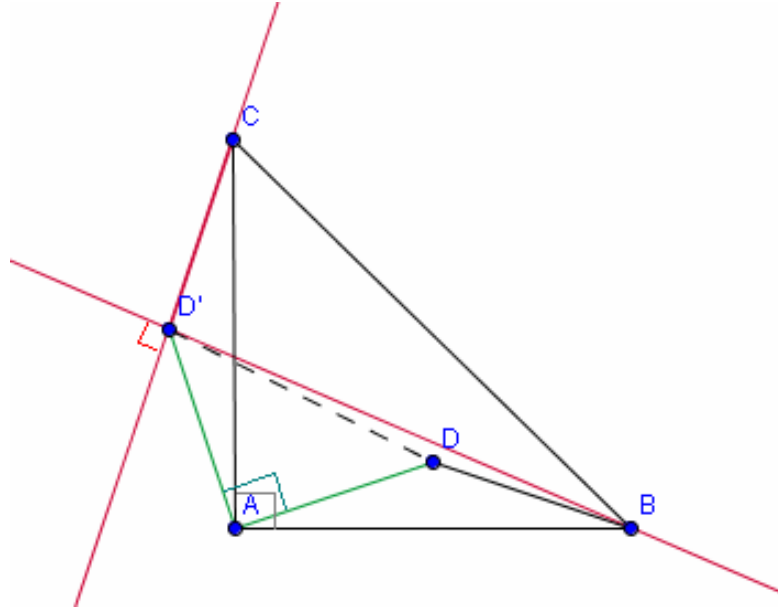
في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$

و D نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ D' صورة D بالدوران r

2- بين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

الحل
1- ننشئ D' صورة D بالدوران r



2- نبين أن $BD = CD'$; $(BD) \perp (CD')$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$ و ABC مثلث متساوي الساقين في A و منه $r(B) = C$

و حيث $r(D) = D'$ فان $BD = CD'$ لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا $r(B) = C$ و $r(D) = D'$ و زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{2}$ و منه $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{CD'}\right) = \frac{\pi}{2}$

إذن $(BD) \perp (CD')$

تمرين 2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $\left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}\right)$ زاوية

غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و E و F نقطتين حيث $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

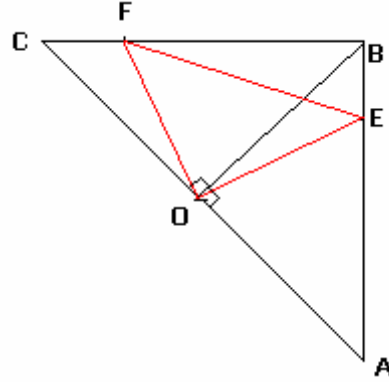
ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتَي A و B بالدوران r

3- نضع $E' = F$ بين أن استنتج طبيعة المثلث OEF

الحل
1- الشكل



2- نحدد صورتَي A و B بالدوران r

لدينا ABC مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في B و O منتصف $[AC]$ ومنه $(OB) \perp (AC)$

و $OA = OB = OC$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{2}$ و $OA = OB$ و منه $r(A) = B$

لدينا $[2\pi]$ $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2}$ و $OC = OB$ و منه $r(B) = C$

1- نبين أن $E' = F$ نستنتج طبيعة المثلث OEF

$r(E) = E'$ و $r(A) = B$ و $r(B) = C$ و $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$ و منه $\overrightarrow{BE'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$

وحيث $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$ فإن $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE'}$ إذن $E' = F$

ومنه $r(E) = F$ و حيث r دوران زاويته $\frac{\pi}{2}$ فإن OEF مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في O

تمرين 3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A و $[2\rho]$ $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv \alpha$ و r الدوران الذي

مركزه B و زاويته α

1- أنشئ E و F حيث $r(C) = F$; $r(A) = E$

2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

3- لتكن $(AC) \cap (EF) = \{I\}$ و $r(I) = J$ و $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$

أ- بين أن النقط E و F و J مستقيمة

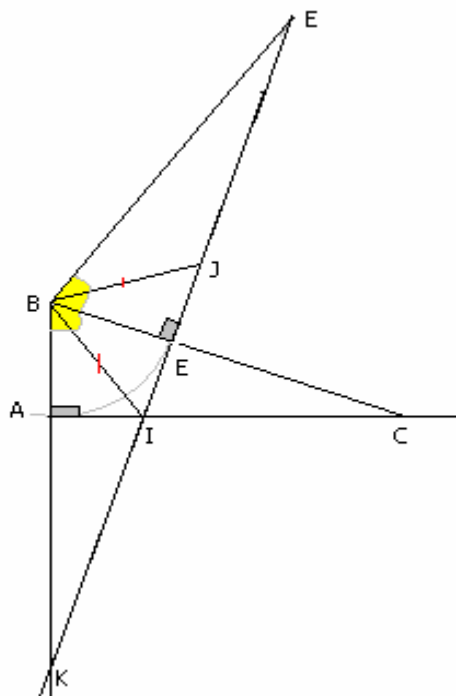
ب- بين أن E منتصف $[IJ]$

4- لتكن $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$.

بين أن $r(K) = C$

الحل

1- ننشی E و F حیث $r(C)=F$; $r(A)=E$



2- بين أن $(EF) \perp (BC)$

$(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EB})$ بما أن $r(B) = B$ و $r(A) = E$; $r(C) = F$ فان

وحيث أن $[2\pi]$ فان $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}$ ومنه $(EF) \perp (EB)$

لدينا $r(B) = B$ و $r(A) = E$ ومنه $[2\pi]$ $\left(\overline{BA}; \overline{BE}\right) \equiv \alpha \equiv \left(\overline{BA}; \overline{BC}\right)$ و بالتالي $(BC) = (BE)$

$(EF) \perp (BC)$ إذن

3- أ- نبين أن النقط E و F و J مستقيمة

لدينا I و C و A مستقيمة و $r(C)=F$; $r(A)=E$ و $r(I)=J$

ومنه النقط J و E و F مستقيمة

ب- نبين أن E منتصف $[IJ]$

لدينا $r(I) = J$ و منه BIJ مثلث متساوي الساقين في الرأس B

وحيث أن $(IJ) \perp (EB)$ لأن $(IJ) = (EF)$ ومنه (EB) ارتفاع في المثلث BIJ

و بالتالي (EB) متوسط للمثلث BIJ إذن E منتصف $[IJ]$

4- نبين أن $r(K) = C$

$$(AB) \cap (IJ) = \{K\}$$

لدينا $[2\pi]$ $\left(\overline{BK}; \overline{BC}\right) \equiv \alpha \equiv \left(\overline{BC}; \overline{BF}\right)$ ومنه (BC) منصف $\widehat{(KBF)}$ وحيث أن $(EF) \perp (BC)$

فان المثلث KBF مثلث متساوي الساقين في الرأس B ومنه $BF = BK$

وحيث أن $r(C) = F$ فإن $BC = BF$ و $BC = BK$ بالتالي

إذن لدينا $[2\pi]$ $\left(\overline{BK}; \overline{BC}\right) \equiv \alpha$ و $BC = BK$ ومنه $r(K) = C$

تمارين

التمرين 1

- في مستوى موجه نعتبر $ABCD$ مربعا حيث الزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$ مباشرة . ليكن r الدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{3}$. E و F نقطتين حيث ABE مثلث متساوي الأضلاع اخل المربع $ABCD$ و CBF مثلث متساوي الأضلاع خارجه و G نقطة حيث $r(G) = D$.
- 1- أنشئ الشكل
 - 2- أ) بين أن BDG متساوي الأضلاع و استنتج أن $G \in (AC)$
 ب) استنتج أن النقط E و F و D مستقيميه.

التمرين 2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$

و E نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

- 3- أنشئ F صورة E بالدوران r
- 4- بين أن $BE = CF$; $(BE) \perp (CF)$

التمرين 3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في B حيث $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$ زاوية

غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و P و Q نقطتين حيث $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

- 1- أنشئ الشكل
- 2- حدد صورتي A و B بالدوران r
- 3- بين أن $r(P) = Q$ استنتج طبيعة المثلث OPQ

التمرين 4

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا ، ننشئ خارجه المربعات $ACDE$ و $BAFG$ و $CBHI$

- 1- بين أن المثلث ACI هو صورة المثلث DCB بدوران يجب تحديده
- 2- استنتج أن $(AI) \perp (BD)$
- 3- أثبت أن $(AH) \perp (CG)$

التمرين 5

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A بحيث $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \alpha$.

ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته α .
 بين أن لكل نقطة M من الدائرة المحيطة بالمثلث ABC النقط M و M' و C مستقيميه حيث $r(M) = M'$

التمرين 6

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$ ، و r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ،

و B' و C' نقطتين حيث $r(B) = B'$ و $r^{-1}(C) = C'$.

- 1- أنشئ الشكل
- 2- أ) بين أن $[2\pi]$ $(\overrightarrow{AB'}; \overrightarrow{AC'}) + (\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}) \equiv \pi$
 ب) بين أن $B'C' = 2AI$

3- بين أن $(B'C') \perp (AI)$; $(B'C) \perp (BC')$

التمرين 7

في مستوى موجه، نعتبر (C) و (C') دائرتين مركزيهما O و O' على التوالي لهما نفس الشعاع و متقاطعان في A و Ω نعتبر r الدوران الذي مركزه Ω و يحول O إلى O' .

1- حدد $r((C))$

2- لتكن $M \in (C) - \{A\}$ و $r(M) = M'$

بين أن M و A و M' مستقيمية.

التمرين 8

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا و α عددا حقيقيا غير منعدم. و r_1 الدوران الذي مركزه A و زاويته α و C' نقطة حيث $r_1(C) = C'$ و r_2 الدوران الذي مركزه B و زاويته α .

لتكن A' و C'' حيث $r_2(C) = C''$ و $r_2(A) = A'$

بين أن $AA'C''C'$ متوازي الأضلاع

التمرين 9

في مستوى موجه نعتبر المربعين $ABCD$ و $A'EFG$ حيث $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}$

و $[2\pi]$ $\left(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AG}\right) \equiv \frac{\pi}{2}$ والنقط H ; I ; J ; K منتصفات القطع $[BD]$ و $[DE]$ و $[EG]$

و $[GB]$ على التوالي. و r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

1- أ) تحقق أن $\overrightarrow{HI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{HK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DG}$

ب) حدد صورتي B و E بالدوران r
ج) استنتج أن $HIJK$ مربع.

2- لتكن B' و C' مماثلتي B و C على التوالي بالنسبة للمستقيم (AD) .

بين أن $r((CD)) = (B'C')$