

1- التمرين الأول :

نعتبر سكة $ABCDE$ في مستوى رأسي مكونة من أربعة أجزاء.

- الجزءان AB و BC مستقيمان ومائلان بزاوية α بالنسبة للمستوى الأفقي.

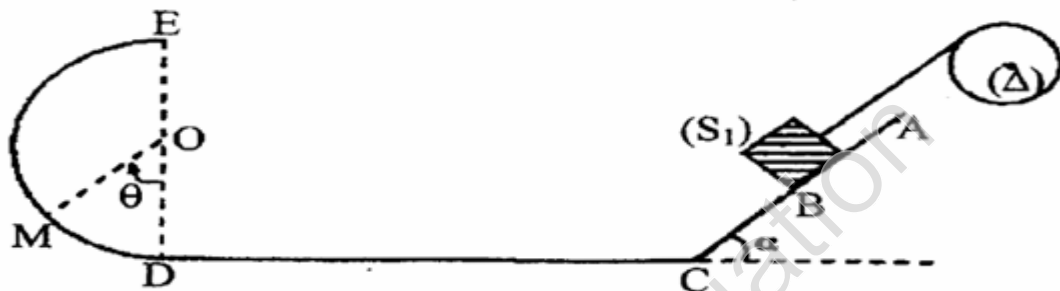
- الجزء CD مستقيمي و أفقي .

- الجزء DE نصف دائري شعاعه $r'=32\text{cm}$ ومركزه O

نثبت جسماً S_1 كتلته $m_1 = 0,9\text{kg}$ في طرف خيط كتلته مهملة وغير قابل للامتداد.

نلف الطرف الآخر للخييط حول مجرى بكرة شعاعها $r=10\text{cm}$ وعزم قصورها، بالنسبة لمحور تماثلها هو $J_A=10^{-3}\text{kg.m}^2$. نعتبر أن البكرة قابل للدوران حول محور (A) أفقي منطبق مع محور تماثلها، بدون احتكاك، وأن الجسم S ينزلق فوق السكة بدون احتكاك عدا فوق الجزء BC . نعطى: $AB=1\text{m}$; $g=10\text{m.s}^{-2}$; $\alpha=30^\circ$.

نحذر المجموعة بدون سرعة بدئية، فينزلق S_1 فوق AB وفي نفس الوقت تدور البكرة حول المحور Δ .



1- عبر عن السرعة V_B للجسم S_1 عند مروره من

النقطة B بدلالة m_1 و r و J_Δ و α و AB و g احسب V_B .

2- عند لحظة مرور S_1 من النقطة B يفصل الخيط عن S_1 ويتابع هذا الأخير حركته

فوق السكة فيمر من النقطة C بسرعة $V_C = V_B = 3 \text{ m.s}^{-1}$.

2-1- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك، عبر عن معامل الاحتكاك K بين S_1 والجزء

BC بدلالة α احسب K .

2-2- استنتج شدة القوة $\bar{R}$ التي يطبقها الجزء BC على S أثناء حركته.

3- يتابع الجسم S_1 حركته بنفس السرعة V_C فوق الجزء الأفقي CD .

3-1- عبر عن سرعة S_1 في نقطة M من السكة معلمة بالزاوية $\theta = (\text{OD}; \text{OM})$

بدلالة V_C و r' و θ و g .

3-2- عبر عن شدة القوة $\bar{R}$ التي تطبقها السكة على S_1 عن M بدلالة

 m_1, g, θ, r', V_C

3-3- حدد النقطة التي يغادر عندها S_i السكة علما أن سرعته عند النقطة D تأخذ

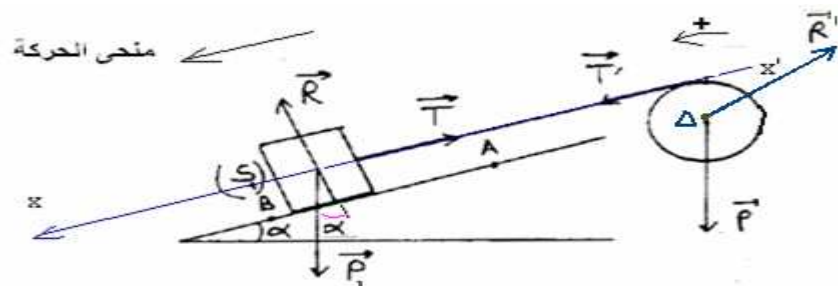
القيمة $V_2 = 4 \text{ m.s}^{-1}$

تصحیح:

1 - بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على الجسم S_1 بين A وB :

$$(1) \quad v_B = \sqrt{2.a.AB}$$

$$\Leftarrow v_A = 0 \quad v_B^2 - v_A^2 = 2.a.AB$$



بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة : $\Sigma \vec{M}_{F/\Delta} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ أي : $0 + 0 + T' \cdot r = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ ومنه : $T' = \frac{J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}}{r}$ (a)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S_1 لدينا : $\Sigma \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ بالإسقاط على المحور $x'x$:

$-P_1 \cdot \sin \alpha + 0 + T = m_1 \cdot a$ ومنه : $P_1 \cdot \sin \alpha + 0 - T = m_1 \cdot a$ وبما أن الخيط غير قابل للمد فإن : $T' = T$ ومنه :

$$m_1 \cdot \sin \alpha - \frac{J_{\Delta} \cdot a}{r^2} = m_1 \cdot a \quad \text{والتعويض في العلاقة السابقة تصبح :} \quad \ddot{\theta} = \frac{a}{r} \quad \Leftrightarrow \quad a = r \cdot \ddot{\theta} \quad \text{ونعلم أن :} \quad + m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}}{r} = m_1 \cdot a$$

$$a = \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha}{\frac{J_{\Delta}}{r^2} + m_1} \quad \text{ومنه :} \quad a \left(\frac{J_{\Delta}}{r^2} + m_1 \right) = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot AB}{m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}}$$

وبالتعويض في العلاقة (1)

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,9 \times 10 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1}{0,9 + \frac{10^{-3}}{0,1^2}}} = 3 \text{ m/s}$$

تطبيق عددي :

أو بطريقة أخرى :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على (S_1) بين اللحظتين t_A و t_B :

$$\frac{1}{2} m_1 (v_B^2 - v_A^2) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{T}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_B^2 - \frac{1}{2} m_1 v_A^2 = \Sigma W(\vec{F})$$

* نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة بين اللحظتين t_A و t_B :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_A^2 = W(\vec{P}') + W(\vec{T}') + W(\vec{R}')$$

وبتعويض $W(T)$ بقيمته في العلاقة (1) ، نحصل على : $\frac{1}{2} m_1 v_B^2 = m_1 g \sin \alpha - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2$

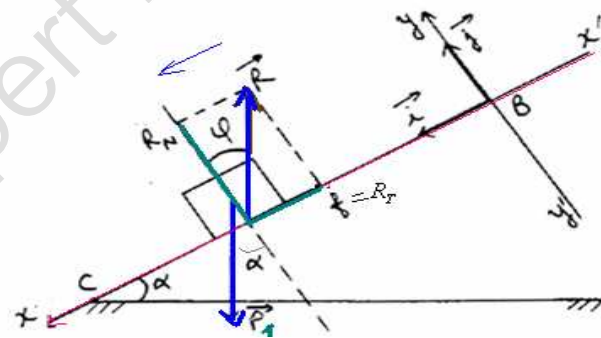
وبما أن الخيط لا ينزلق على محور البكرة ، وغير قابل للامتداد ، فإن : $r \omega_B = v_B$

$$\frac{1}{2} v_B^2 \left(m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2} \right) = m_1 g AB \sin \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \frac{v_B^2}{r^2} = m_1 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 m_1 g \cdot AB \cdot \sin \alpha}{m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,9 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}{0,9 + \frac{10^{-3}}{(0,1)^2}}} = 3,0 \text{ m.s}^{-1}$$

2-1- بما أن الجسم S_1 يصل إلى النقطة C بسرعة $v_C = v_B = 3 \text{ m/s}$ فإن حركته على الجزء BC مستقيمة منتظمة : أي تسارعه منعدم .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ وبما أن الاحتكاكات غير مهمة بين B و C فإن القوة $\vec{R}$ المقورة بتأثير سطح التماس مائلة فيعكس منحنى الحركة ولها مركبتين ، مماسية $f = R_T$ ومنظمية R_N . انظر الشكل .



وبذلك يصبح لدينا : $\vec{P}_1 + \vec{R} = \vec{0}$ المجموعة شبه معزولة ينطبق عليها مركز القصور .

بالإسقاط على المحور $x'x$: $+P_1 \cdot \sin \alpha - R_T = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_T = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$

بالإسقاط على المحور $y'y$: $-P_1 \cdot \cos \alpha + R_N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_N = m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha$

ومعامل الاحتكاك : $k = \tan \varphi = \frac{R_T}{R_N} = \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha}{m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \tan 30^\circ = 0,58$ ومنه : $\varphi = \alpha = 30^\circ$

$$R = \sqrt{R_T^2 + R_N^2} = \sqrt{(m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha)^2 + (m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha)^2} = m_1 \cdot g = 0,9 \cdot 10 = 9 \text{ N} \quad \text{- 2-2}$$

أو من خلال العلاقة :

$$R = P_1 = m_1 \cdot g = 9 \text{ N} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_1 + \vec{R} = \vec{0}$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S_1 بين D و M لدينا :

$$(b) \quad E_{CM} - E_{CD} = m_1 \cdot g(z_D - z_M) + 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta E_C = \sum_{D \rightarrow M} W \vec{P}_1 + \sum_{D \rightarrow M} W \vec{R} \quad \text{أي :}$$

$$\Delta E_C = \sum_{D \rightarrow M} W \vec{F}$$

$$z_D - z_M = 0 - r'(1 - \cos \theta) = -r'(1 - \cos \theta)$$

$$\Leftrightarrow \quad z_M = DM' = h = r' - r' \cos \theta = r'(1 - \cos \theta) \quad \text{ولدينا : } z_D = 0$$

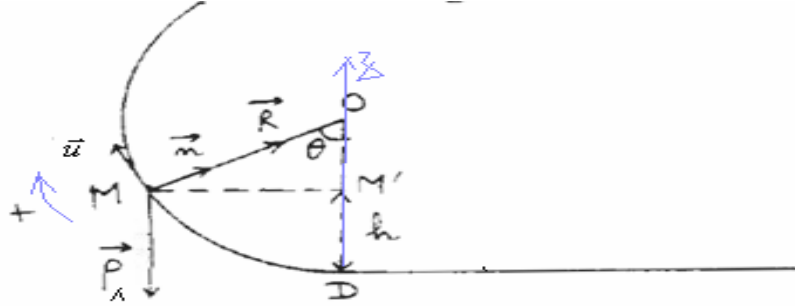
$$\frac{1}{2} m_1 (v_M^2 - v_D^2) = -m_1 \cdot g \cdot r(1 - \cos \theta)$$

(b) تعويض في

$$v_M = \sqrt{v_C^2 - 2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta)}$$

$$\text{أي : } v_M^2 - v_D^2 = -2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta) \quad \text{وبما أن : } v_D = v_C$$

2-3 - باعتبار معلم فيريني $(o, \vec{u}, \vec{n})$ في النقطة M . وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على S_1 .



$$\bar{P}_1 + \bar{R} = m_1 \cdot \bar{a}_G \quad \text{بالإسقاط على المنظمي :} \quad R - P_1 \cdot \cos \theta = m_1 \cdot \frac{v_M^2}{r'} \quad \text{ومنه :} \quad R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \frac{v_M^2}{r'}$$

$$R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \left[\frac{v_D^2}{r'} - 2 \cdot g(1 - \cos \theta) \right] \quad \Leftrightarrow \quad v_M^2 = v_D^2 - 2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta) \quad \text{ولدينا من خلال السؤال السابق :}$$

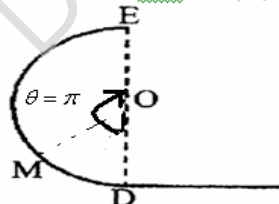
$$R = 3m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \frac{v_C^2}{r'} - 2 \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot g \left[3 \cos \theta - 2 + \frac{v_D^2}{r' \cdot g} \right] \quad \Leftrightarrow \quad R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \frac{v_D^2}{r'} - 2 \cdot m_1 \cdot g + 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \theta$$

$$v_D = v_2 = 4 \text{ m/s} \quad \text{و} \quad R = 0 \quad \text{عند مغادرة المستوى المائل يكون تأثير السكة منعدها :}$$

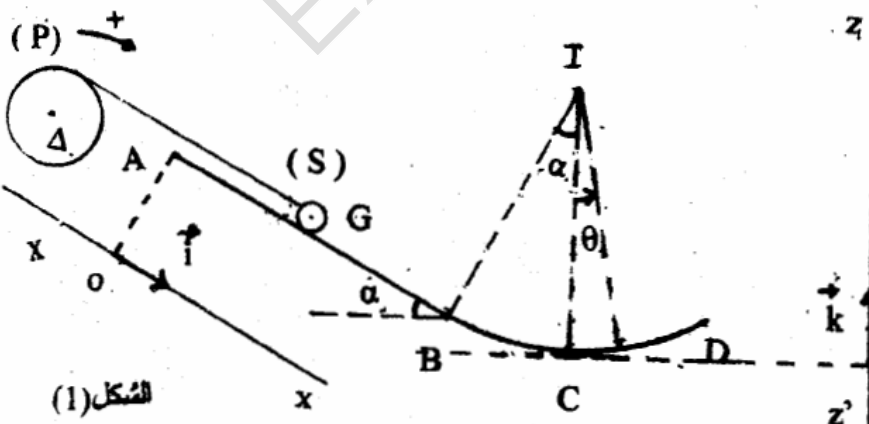
$$\theta = \pi \quad \Leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{2}{3} - \frac{v_2^2}{3 \cdot r' \cdot g} = \frac{2}{3} - \frac{4^2}{3 \times 0,32 \times 10} = -1 \quad \text{ومنه :}$$

$$3 \cdot \cos \theta - 2 + \frac{v_2^2}{r' \cdot g} = 0 \quad \text{زمنه :}$$

الجسم يغادر السكة عند النقطة E.



2- التمرين الثاني :



نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل (1) حيث

- بكرة (P) متجانسة شعاعها $r = 5 \text{ cm}$ قابلة

الدوران في مستوى رأسي حول محور لقي (Δ)

ثابت يمر من مركزها. عزم قصور البكرة

بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

- كرة صلبة مركز قصورها G كتلتها

$m = 0,1 \text{ kg}$ مرتبطة بطرف خيط غير قابل

للمتداد وكتلته مهملة ملفوف حول مجرى

لبكرة. يمكن للكرة (S) أن تنزلق على سكة ABCD

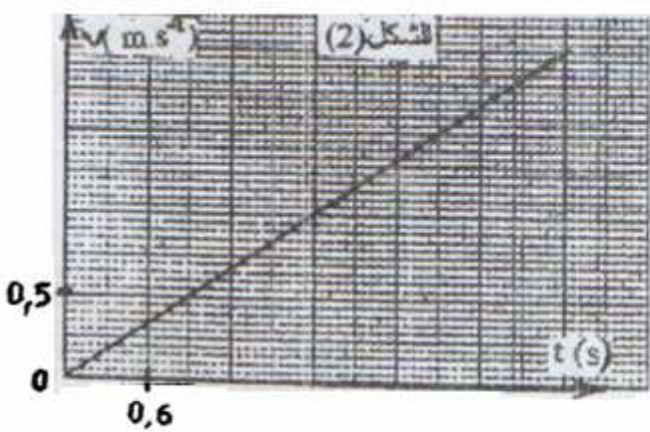
أسيمة، هذه السكة مكونة من جزء مستقيمي AB

بألزوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي و جزء BCD من دائرة مركزها I وشعاعها $R = 1 \text{ m}$. نعتبر أن الاحتكاكات على السكة

ههله و أن الخيط لا ينزلق على مجرى البكرة و نأخذ $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1- نحرر المجموعة في لحظة نعتبرها أصلًا للتواريخ $t = 0$ ، فتزلق الكرة بدون سرعة بدئية من الموضع A الذي يطلق أصل

المعلم $(O, \vec{T})$ بوتر في اللحظة ذات التاريخ $t_1 = 2,7 \text{ s}$ من الموضع B بالسرعة v_B . نعلم موضع G في كل لحظة بالافصول x



في المعلم (0.1).
يمثل المنحنى في الشكل (2) تغيرات سرعة G بدلالة الزمن.

1.1- حدد طبيعة حركة كل من (S) و (P).

1.2- حدد قيمة v_B .

2- تفصل الكرة، عند مرورها من الموضع B في التاريخ t_1 ، عن الخيط

فتتوقف البكرة (P) بعد اجتازها 10 دورات ابتداء من التاريخ t_1 .

2.1- لصب السرعة الزاوية للبكرة في التاريخ t_1 .

2.2- علما أن البكرة تخضع لمزدوجة مقاومة عزمها M ثابت.

لصب قيمة M.

3- بعد انفصالها عن الخيط يتزلق الكرة على الجزء BCD من المسكة، حيث تدرس حركة مركز قصورها G. نأخذ $IG \approx R$.

3.1- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية، لوجد تعبير v_C سرعة الكرة عند مرورها بالموضع C بدلالة R و g و a و v_B .

لصب قيمة v_C .

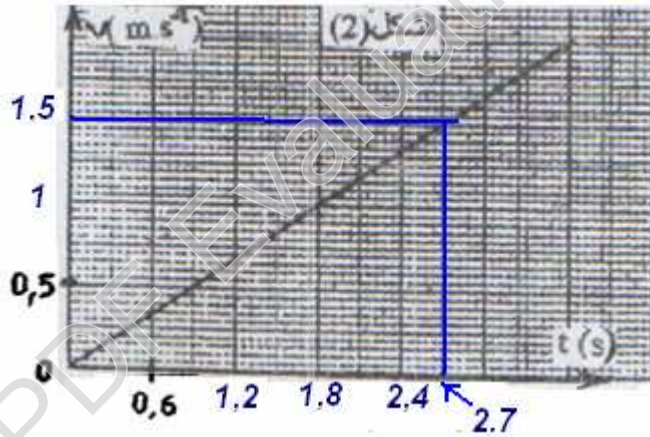
3.2- بتطبيق العلاقة الأساسية للدناميك، لوجد تعبير شدة القوة $\vec{F}$ التي تؤثر بها المسكة BCD على الكرة في الموضع C،

بدلالة m و R و g و v_C . لصب F.

تصحيح

1- حركة S مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة بينما حركة البكرة P دورانية متغيرة بانتظام.

1-2- بما أن الجسم يمر من الموضع B عند اللحظة $t=2,7s$ بالسرعة v_B نجد مبيانياً :



نجد $v_B = 1,5m/s$

أو من خلال الشكل 2 منحنى v بدلالة t مستقيم يمر من أصل المعلم إذن : $v = k.t$ مع : $k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0}{1,8-0} = \frac{5}{9} \approx 0,56$

$$v_B = \frac{5}{9}.t = \frac{5}{9} \times 2,7 = 1,5m/s$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 0,56m/s^2 \quad \text{و منه : } v = 0,56.t \quad \text{إذن :}$$

$$\omega_1 = \frac{v_B}{r} = \frac{1,5}{0,05} = 30rad/s \quad \text{-2-1-2-}$$

2-2- بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على البكرة بين لحظة انفلات الحبل ولحظة التوقف :

$$\ddot{\theta} = \frac{-\omega_1^2}{4\pi.n} \Leftarrow -\omega_i^2 = 4.. \ddot{\theta} . \pi . n \quad \Leftarrow \Delta \theta = 2. \pi . n \quad \text{و :} \quad \omega_f = 0 \quad \text{مع :} \quad \omega_f^2 - \omega_i^2 = 2.. \ddot{\theta} . \Delta \vartheta$$

بتطبيق العلاقة الأساسية للحركة على البكرة : $\Sigma M_{\bar{F}}_{/\Delta} = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$ أي : $M\bar{P} + M\bar{R} + M = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$ أي : $0 + 0 + M = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$

$$M = -\frac{J_{\Delta} . \omega_1^2}{4\pi . n} = -\frac{2.10^{-3} \times 30^2}{4\pi . 10} = -1,4.10^{-2} N.m \quad \text{و منه :}$$

الطريقة الثانية :

*بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة بين لحظة انفلات الحبل ولحظة التوقف :

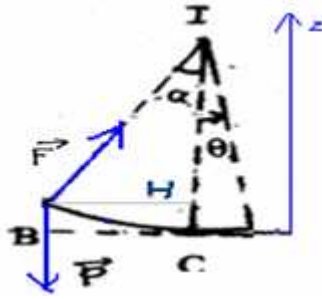
$$\Delta \theta = 2. \pi . n \quad \text{مع :} \quad 0 - \frac{1}{2} J_{\Delta} . \omega_i^2 = 0 + 0 + M . \Delta \theta \quad \Leftarrow E_{C.f} - E_{C.i} = W\bar{P} + W\bar{R} + W(Cfrott)_{i \rightarrow f}$$

$$M = -\frac{J_{\Delta} . \omega_1^2}{4\pi . n} = -\frac{2.10^{-3} \times 30^2}{4\pi . 10} = -1,4.10^{-2} N.m \quad \text{و منه :}$$

3- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين B و C. $\Delta E_C = \Sigma W\bar{F}_{B \rightarrow C}$

$$E_{CC} - E_{CB} = W\vec{P} + W\vec{F} \quad \begin{matrix} B \rightarrow C & B \rightarrow C \end{matrix}$$

$$z_B = r - r \cos \alpha \quad \text{و} \quad z_C = 0 \quad \text{مع} \quad E_{CC} - E_{CB} = mg(z_B - z_C) + 0$$



$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2.gR.(1 - \cos \alpha)} \quad \text{ومنه} \quad v_C^2 - v_B^2 = 2.gR.(1 - \cos \alpha) \Leftrightarrow \frac{1}{2}m.v_C^2 - \frac{1}{2}m.v_B^2 = m.gR.(1 - \cos \alpha)$$

$$v_C = \sqrt{(1,5)^2 + 2 \times 10 \times 1 \times (1 - \cos 30)} = 2,22 \text{ m/s} \quad \text{ت.ع:}$$

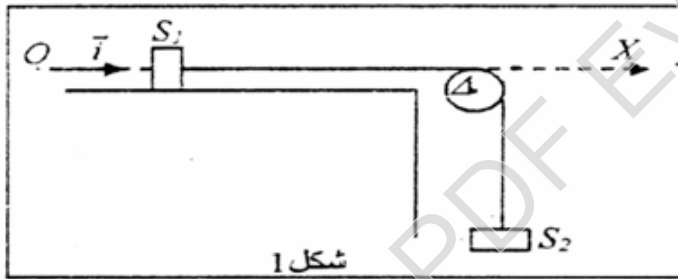
$$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}_G \quad \text{3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة على الجزء BCD}$$



وللقوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف سطح التماس وهي عمودية على السطح. تخضع الكرة لوزنها: $\vec{P}$

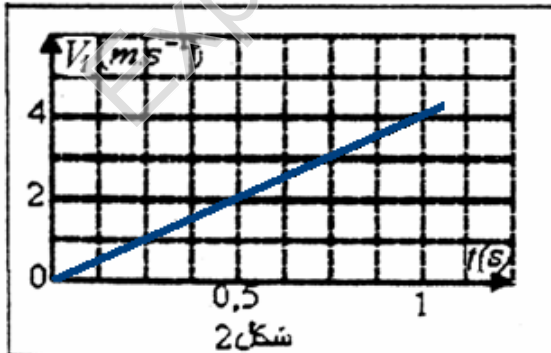
$$F + \vec{P} = m.\vec{a}_G \quad \text{بالاسقاط على المنظمي:} \quad F - P = m.\frac{v_C^2}{R} \Leftrightarrow F = m\left(g + \frac{v_C^2}{R}\right) = 0,1 \times \left[10 + \frac{(2,22)^2}{1}\right] = 1,49 \text{ N}$$

(3) التمرين الثالث :



- 1- تتكون المجموعة الممثلة في الشكل 1 من :
 - جسم صلب S_1 كتلته M_1 ينزلق بدون احتكاك فوق منضدة أفقية.
 - جسم صلب S_2 كتلته M_2 مرتبط بالجسم S_1 بواسطة خيط غير قابل للامتداد وكتلته مهملة.

- بكرة (P) كتلتها M وشعاعها R قابلة للدوران بدون احتكاك حول محورها (Δ) ويمر عبر مجراها الخيط الذي نعتبره لا ينزلق خلال الحركة. نحرر المجموعة عند اللحظة $t=0s$ بدون سرعة بدئية بحيث ينطلق الجسم S_1 من نقطة أفصولها على المحور OX هو $0,5 \text{ cm}$ ونحدد تجريبيا تغير V_1 سرعة S_1 بدلالة الزمن فنحصل على الشكل 2.



- 1-1- اكتب التعبير العددي ل V_1 بدلالة الزمن.
- 1-2- استنتج طبيعة حركة S_1 وأعط معادلتها الزمنية $x=f(t)$.

1-3- بين أن ل S_1 و S_2 نفس التسارع a .

1-4- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك على كل من S_1 و S_2 و (P)، أوجد العلاقة بين التسارع

$$a \text{ وشدة الثقالة } g. \text{ نعطي: عزم قصور البكرة } J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2 \text{ بالنسبة للمحور } (\Delta) \text{ و } M_1 = M_2 = M.$$

تصحيح التمرين الثالث:

1.1- حسب مبيان الشكل-2- الدالة $V_1 = f(t)$ عبارة عن دالة خطية : $V_1 = k.t$
 حيث k المعامل الموجه للمستقيم : $k = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{4-0}{1-0} = 4 \text{ m.s}^{-2}$

2.1- المسار مستقيم والتسارع ثابت السرعة تزايدية .
 إذن الحركة متسارعة منتظمة . بانتظام ، معادلتها الزمنية :
 $x = \frac{1}{2} a_1 t^2 + V_0.t + x_0$.

عند $t=0$ ، تكون : $V_0=0$ و $x_0=0.5 \text{ cm}$ ، إذن : $x = 2t^2 + 5.10^{-3}$

3.1- بما أن الخيط الرابط بين (S_1) و (S_2) غير قابل للامتداد ، فإنه عند انتقال S_1 بالمسافة x_1 ينتقل (S_2) بالمسافة x_2 حيث : $x_1 = x_2$ في كل لحظة .

نشتق x_1 و x_2 بالنسبة للزمن ، $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ ، أي أن : $a_1 = a_2 = a = 4 \text{ m.s}^{-2}$

في (S_1) و (S_2) نفس السرعة ونفس التسارع في كل لحظة .
 المجموعة المدروسة { الجسم S_1 } : خضع (S_1) خلال حركته لـ :
 - وزنه : $\vec{P}_1$
 - تأثير السطح الأفقي : $\vec{R}_1$
 - تأثير الخيط (1) : $\vec{T}_1$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على S_1 : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = M_1 \vec{a}$: نسط على $x'x$
 المجموعة المدروسة { الجسم S_2 } : خضع (S_2) خلال حركته لـ :
 - وزنه : $\vec{P}_2$
 - تأثير الخيط (2) : $\vec{T}_2$
 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S_2 : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M_2 \vec{a}$

نسط هذه العلاقة على $y'y$: $M_2 g - T_2 = M_2 a$: $T_2 = M_2 g - M_2 a$
 المجموعة المدروسة { البكرة } :
 خضع البكرة أثناء دورانها حول المحور (A) لـ :
 - وزنها : $\vec{P}$
 - تأثير محور الدوران : $\vec{R}$
 - تأثير الخيط (1) : $\vec{T}_1'$
 - تأثير الخيط (2) : $\vec{T}_2'$

مع : $M_2(\vec{P}) = 0$ و $M_2(\vec{R}) = 0$: $M_2(\vec{P}) + M_2(\vec{R}) + M_2(\vec{T}_1') + M_2(\vec{T}_2') = J_A \cdot \ddot{\theta}$

الخيط غير قابل للشد $\Rightarrow T_1' = T_1$ و $T_2' = T_2$: $J_A \cdot \ddot{\theta} = r T_2' - r T_1'$

الخيط لا ينزلق على البكرة : $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$

$$J_A \cdot \frac{a}{r} = r M_2 (g - a) - r M_1 a$$

$$a \left(\frac{J_A}{r^2} + M_2 + M_1 \right) = M_2 g$$

$$a = \frac{M_2}{\frac{J_A}{r^2} + M_2 + M_1} \cdot g$$

مع : $J_A = \frac{1}{2} M r^2$ و $M_1 = M_2 = M$

$$a = \frac{M}{5 \cdot \frac{M}{2}} \cdot g = \frac{2}{5} g$$

