

(1) ABCD متوازي أضلاع :

لدينا : $\vec{AB} (-1-1, 0-2, 1-1)$ أي $\vec{AB} (-2, -2, 0)$

و $\vec{DC} (1-3, 0-2, -1-(-1))$ أي $\vec{DC} (-2, -2, 0)$

ومنه : $\vec{AB} = \vec{DC}$. إذن ABCD متوازي أضلاع .

(2) معادلة (P) :

بما أن (P) يتضمن ABCD فإنه موجه بالمتجهين $\vec{AB}$ و $\vec{AD}$

ولدينا : $\det(\vec{AM}, \vec{AB}, \vec{AD}) = 0$ $\Leftrightarrow M(x, y, z) \in (P)$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & -2 & 2 \\ y-2 & -2 & 0 \\ z-1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 4y - 4z = 0$$

إذن : $x - y + z = 0$ معادلة لـ (P) .

(3) (Δ) عمودي على (P) :

(Δ) موجه بالمتجه $\vec{u} (1, -1, 1)$.

من معادلة (P) نستنتج أن $\vec{u}$ متجه منظم على (P) .

إذن : (Δ) عمودي على المستوى (P) .

ولدينا من جهة اخرى : $A \in (\Delta)$ و $A \in (P)$.

وبالتالي : (Δ) عمودي على (P) في النقطة A .

(4) أ- $[AB]$ قطر لـ (S) :

(S) فلكة مركزها $\Omega(0,1,1)$ وشعاعها $\sqrt{2}$.

• لدينا : $(1)^2 + (2-1)^2 + (1-1)^2 = 2$ ومنه : $A \in (S)$

و $(-1)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 = 2$ ومنه : $B \in (S)$

• لدينا من جهة اخرى :

$$\overrightarrow{A\Omega}(-1, -1, 0) \text{ أي } \overrightarrow{A\Omega}(0-1, 1-2, 1-1)$$

وبما أن $\overrightarrow{AB}(-2, -2, 0)$ فإن $\Omega \in (AB)$.

إذن : $[AB]$ قطر للفلكة (S) .

ب- تقاطع (Δ) و (S) :

$M(x,y,z)$ تنتمي الى تقاطع (Δ) و (S) يعني أن (x, y, z) حل للنظمة :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 \\ t = 0 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \\ x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2 \end{cases}$$

إذن : (Δ) و (S) يتقاطعان في النقطة $A(1,2,1)$.

ج- تقاطع (P) و (S) :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = (-2)(1) + (-2)(-1) + (0)(1) = 0 \text{ لدينا :}$$

$$\overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \text{ أي } (AB) \perp (\Delta) \text{ ومنه :}$$

وبما أن (Δ) عمودي على (P) في A فإن $(AB) \subset (P)$.

وبالتالي $\Omega \in (P)$ لأن $\Omega \in [AB]$. أي : $d(\Omega, (P)) = 0$.

إذن : (P) يقطع الفلكة وفق الدائرة التي قطرها $[AB]$.

Achamel