

1 - لنبين أن النقط O و A و B و C غير مستوائية
بين أن : $\det(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) \neq 0$ لنستنتج أن المتجهتان $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ غير مستوائية

وبالتالي فإن النقط O و A و B و C غير مستوائية

2 - أ - لنبين (BC) و (EF) متوازيان

لدينا : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BF}$

$$= -(\vec{v} - \vec{w}) - \vec{u} + \vec{v} + (\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w})$$

$$= 2\vec{w} - 2\vec{v}$$

$$= 2\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}$$

$$= 2(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})$$

$$= 2(\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC})$$

$$\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{BC} \quad \text{إذن}$$

وهذا يعني أن المتجهتين $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{EF}$ مستقيمتان وبالتالي فإن المستقيمين (BC) و (EF) متوازيان

ب - التحقق من أن A هي منتصف [EF]

$$\overrightarrow{EF} = 2\vec{w} - 2\vec{v} \quad \text{لدينا :}$$

$$= 2(\vec{w} - \vec{v})$$

$$\overrightarrow{AE} = \vec{v} - \vec{w} \quad \text{وبما أن}$$

$$\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{EA} \quad \text{فإن}$$

وهذا يعني أن A هي منتصف [EF]

ج - طبيعة AEBC

$$\overrightarrow{AE} = \vec{v} - \vec{w} \quad \text{لدينا :}$$

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$$

$$= \vec{v} - \vec{w}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} \quad \text{إذن}$$

وبالتالي فإن AEBC متوازي أضلاع

3 - معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي : $x + y + z - 1 = 0$

4 - أ - تمثيل بارامترى للمستقيم (D)

بما أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P) : $2x + y - z - 2 = 0$ و (ABC) : $x + y + z - 1 = 0$

$$\begin{cases} 2x + y - z - 2 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

فإن معادلتين ديكارتيين له هما :

$$\begin{cases} x = t \\ y - z = 2 - 2t \\ y + z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{هذه النظمة تكافئ :}$$

$$\begin{cases} x = t \\ 2y = (2 - 2t) + (1 - t) \\ 2z = (1 - t) - (2 - 2t) \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{أي}$$

$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}t \\ z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{أي}$$

وهذه النظام الأخيرة هي تمثيل بارامترى للمستقيم (D)

ب- معادلتان ديكارتيتان للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من E ويوازي (AC)

إن (Δ) هو المستقيم المار من النقطة $E(3, 3, -5)$ والموجه بالمتجهة $\overrightarrow{AC}(-1, -2, 3)$

لدينا: $(\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OA} + \vec{v} - \vec{w} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC})$

ومنه نستنتج إحداثيات مثلث إحداثيات E

وبالتالي فإن معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (Δ) هما:

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{3}$$
$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ 3x + z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{أي}$$

ج- تحديد تقاطع (Δ) و (P)

حل في $\mathbb{R}^3$ النظام:

$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ 3x + z - 4 = 0 \\ 2x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

وستجد أن المستقيم (Δ) يقطع المستوى (P) في النقطة $I(\frac{9}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{1}{7})$