

1- تحديد D

ليكن x عددا حقيقيا .

$$x \in D \Leftrightarrow e^{2x} - 1 \neq 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0$$

$$D = \mathbb{R}^* =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[\quad \text{إذن :}$$

2- حساب نهايات f عند محددات D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - 1 = 0 - 1 = -1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{3x} = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{2x} - 1 = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{3x} = 1 \quad \text{لدينا :}$$

وبما أن $e^{2x} - 1 > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ و $e^{2x} - 1 < 0$ لكل x من $] -\infty, 0[$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \text{فإن :}$$

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x} \left(1 - \frac{1}{e^{2x}} \right)} \quad \text{لـ كل } x \text{ من } D$$

$$= e^x \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{2x}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{2x}}} = \frac{1}{1 - 0} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad \text{وبما أن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{فإن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \quad \text{3- * لنبين أن :}$$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{2x}}} \quad \text{لـ كل } x \text{ من } D$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{2x}}} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \text{وبما أن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{فإن :}$$

* الاستنتاج

المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ فرعاً شلجياً اتجاهه محور الأرتيب

4 - a - حساب f'(x)

الدالة f قابلة للاشتقاق على D ولدينا لكل x من D :

$$f'(x) = \frac{3e^{3x}(e^{2x} - 1) - 2e^{2x} \cdot e^{3x}}{(e^{2x} - 1)^2}$$

Achamel

$$= \frac{e^{3x} (3e^{2x} - 3 - 2e^{2x})}{(e^{2x} - 1)^2} = \frac{(e^{2x} - 3) e^{3x}}{(e^{2x} - 1)^2}$$

-b * جدول تغيرات الدالة f

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $e^{2x} - 3$

ومنه جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2} \ln 3$	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$

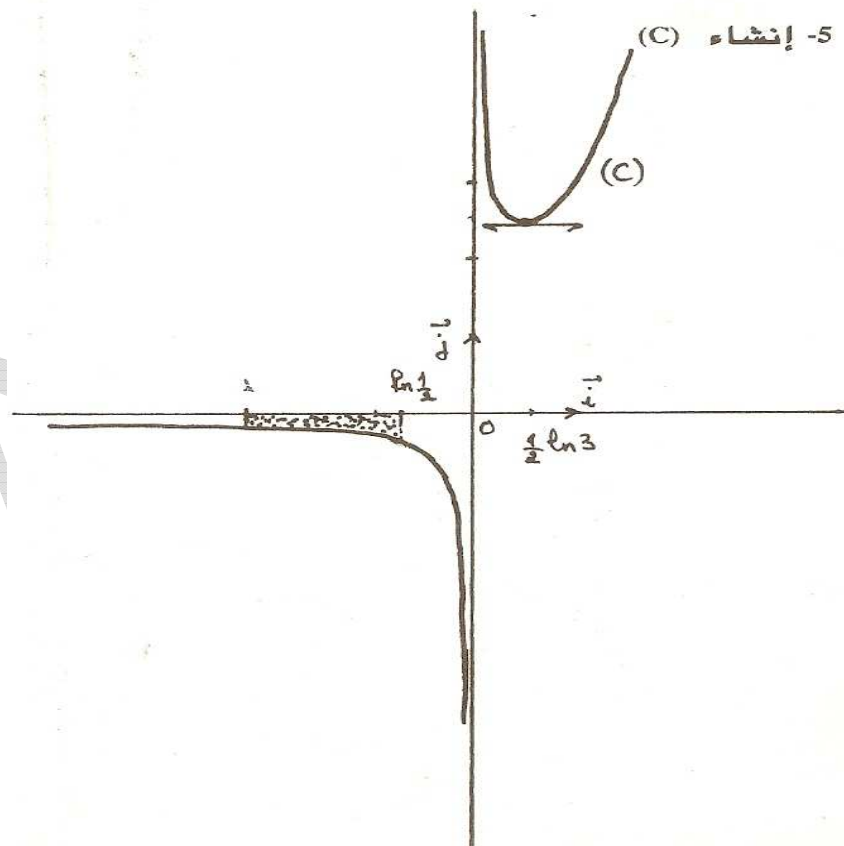
* التحقق من أن : $f\left(\frac{1}{2} \ln 3\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$$f\left(\frac{1}{2} \ln 3\right) = \frac{e^{\frac{3}{2} \ln 3}}{e^{\ln 3} - 1}$$

لدينا :

$$= \frac{e^{\ln \left(\frac{3}{2}\right)}}{3 - 1} = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3^3}}{2} = \frac{\sqrt{3^2 \cdot 3}}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2} \ln 3\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \text{إذن :}$$



6-a- التحقق من أن F دالة أصلية للدالة f

الدالة F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^+$ ولدينا لكل x من $\mathbb{R}^+$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= e^x - \frac{1}{2} \left[\frac{e^x}{1+e^x} + \frac{e^x}{1-e^x} \right] \\ &= e^x - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^x - e^{2x} + e^x + e^{2x}}{(1+e^x)(1-e^x)} = e^x - \frac{e^x}{1-e^{2x}} \\ &= \frac{e^x - e^{3x} - e^x}{1-e^{2x}} = \frac{e^{3x}}{e^{2x} - 1} = f(x) \end{aligned}$$

إذن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty, 0[$

b- حساب $A(\lambda)$

بما أن $f(x) < 0$ لكل x من $\left[\lambda, \ln \frac{1}{2}\right]$

$$A(\lambda) = \int_{\lambda}^{\ln \frac{1}{2}} -f(x) dx \quad \text{فإن :}$$

$$= \int_{\ln \frac{1}{2}}^{\lambda} f(x) dx = [F(x)]_{\ln \frac{1}{2}}^{\lambda}$$

$$= \left[e^x - \frac{1}{2} (\ln(1+e^x) - \ln(1-e^x)) \right]_{\ln \frac{1}{2}}^{\lambda}$$

$$= e^{\lambda} - \frac{1}{2} (\ln(1+e^{\lambda}) - \ln(1-e^{\lambda})) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\ln \frac{3}{2} - \ln \frac{1}{2} \right)$$

$$= e^{\lambda} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+e^{\lambda}}{1-e^{\lambda}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 3$$

c- حساب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$

بما أن : $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} e^{\lambda} = 0$ و $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{1+e^{\lambda}}{1-e^{\lambda}} \right) = 0$

فإن : $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda) = \frac{-1 + \ln 3}{2}$

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

www.achamel.info

www.Achamel.net

www.Achamel.org

www.Achamel.ma

Achamel