

نرمز لكرة حمراء بـ R ولكرة بيضاء بـ B .

(1) نسحب تانيا 4 كرات من الصندوق إذن كل سحبة هي تأليفة من 4 كرات من بين 12 كرة .

أ - لسحب كرة من لون وثلاث كرات من لون آخر ينبغي أن نسحب «كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء» أو «3 كرات بيضاء وكرة حمراء»  
لدينا:  $C_9^1 \times C_3^3 = 9 \times 1 = 9$  إمكانية لحسب كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء ولدينا بالمثل، إذن العدد المطلوب هو  
 $C_9^1 \times C_3^3 + C_9^3 \times C_3^1$

$$N = 261$$

أي

ب - سحب ثلاث كرات بيضاء على الأكثر يعني سحب  $\{B,B,B,R\}$  أو  $\{B,B,R,R\}$  أو  $\{B,R,R,R\}$

إذن عدد هذه السحبات هو:  $C_9^1 \times C_3^1 + C_9^2 \times C_3^2 + C_9^3 \times C_3^3$   
أي  $252 + 108 + 9 = 369$

ملحوظة .

يمكن كذلك اعتبار النتائج المضادة أي سحب «4 كرات بيضاء»  
وعدد هذه النتائج هو  $C_9^4$  أي سحبة وحيث إن  $C_{12}^4$  هو عدد السحبات الممكنة فإن العدد المطلوب هو  $C_{12}^4 - C_9^4$   
أي  $369 = 495 - 126$

ج - سحب كرة بيضاء على الأقل .

النتائج المضادة هي سحب 0 كرة بيضاء أي سحب 4 كرات حمراء  
وحيث إن عدد الكرات الحمراء هو 3 فإن عدد النتائج المضادة هو 0 ومنه  
العدد المطلوب هو  $C_{12}^4 = 495$

د - سحب ثلاث كرة حمراء على الأقل هو سحب ثلاث كرات حمراء وكرة بيضاء إذن عدد هذه النتائج :  $C_3^3 \times C_9^1 = 9$

(2) نسحب بالتتابع وبدون إحلال 4 كرات من الصندوق إذن كل سحبة هي ترتيبية بدون تكرار من الدرجة 4 لمجموعة رئيسيها 12.

أ - لسحب كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء بهذا الترتيب BRRR

لدينا :  $A_9^1 \times A_3^3$  إذن لدينا  $A_9^1 \cdot A_3^3$  إمكانية لحساب كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء أي

$$4 A_9^1 \times A_3^3 = 4 \times 9 \times 6 = 216$$

بنفس الطريقة نبين أنه لدينا  $\frac{4!}{3!} A_9^3 \times A_3^1$  إمكانية لسحب ثلاث كرات بيضاء وكرة حمراء أي :

$$4 \times A_9^3 \times A_3^1 = 4 \times 9 \times 8 \times 7 \times 3 = 6048$$

إذن عدد السحبات المكونة من كرة من لون وثلاث كرات من لون آخر هو  $4(A_9^1 \times A_3^3 + A_9^3 \times A_3^1)$  أي 6264

ب - باعتبار النتائج المضادة أي سحب 4 كرات بيضاء لدينا  $A_9^4$  إمكانية لحساب كرات بيضاء في هذا الترتيب BBBB

ومنه عدد إمكانيات لسحب 4 كرات بيضاء هو  $\frac{4!}{4!} A_9^4$  أي  $A_9^4 = 3024$  وحيث إن عدد السحبات الممكنة هو  $A_{12}^4$ .

فإن العدد المطلوب هو  $A_{12}^4 - A_9^4$  أي 2024 - 1880 أو 8856

ج - سحب كرة بيضاء على الأقل .

النتائج المضادة هي سحب 0 كرة بيضاء أي سحب 4 كرات حمراء وحيث إن عدد الكرات الحمراء هو 3 فإن عدد النتائج المضادة هو 3 ومنه العدد المطلوب وهو  $A_{12}^4 = 11880$

د - سحب ثلاث كرات حمراء على الأقل هو سحب ثلاث

كرات حمراء وكرة بيضاء إذن عدد هذه النتائج هو

$$\frac{4!}{3!} A_9^1 A_3^3 = 216$$

(3) نسحب بالتتابع وبإحلال 4 كرات من الصندوق إذن كل سحبة هي ترتيبية بتكرار من الدرجة 4 لمجموعة رئيسيها 12 .

أ - لسحب كرة بيضاء وثلاث كرات حمراء بهذا الترتيب BRRR لدينا :

$9^1 \times 3^3$  إمكانية ومنه  $(9^1 \times 3^3)$  إمكانية لسحب كرة بيضاء

وثلاث كرات حمراء أي  $4 \times 9 \times 3^3$

بنفس الطريقة نبين أنه لدينا :  $4 \times 9^3 \times 3$  إمكانية لسحب ثلاث كرة

بيضاء وكرة حمراء إذن عدد السحبات الممكنة من كرة من لون وثلاث

كرات من لون آخر هو :

$$9720 \text{ أي } 4(9 \times 3^3 + 9^3 \times 3)$$

ب - باعتبار النتائج المضادة أي سحب 4 كرات بيضاء لدينا 94  
إمكانية لسحب 4 كرات بيضاء في هذا الترتيب BBBB ومنه عدد  
إمكانيات سحب 4 كرات بيضاء وهو  $9^4 = 6561$   
وحيث إن عدد السحبات الممكنة هو 124 فإن العدد المطلوب هو 95 - 124  
أي 14175

ج - سحب كرة بيضاء على الأقل  
النتائج المضادة هي سحب 4 كرات حمراء وهذا ممكن لأن السحب  
بالتتابع وإحلال إذن عدد النتائج المضادة هو 34 ومنه العدد المطلوب وهو  
124 - 34 أي 20655 .

د - سحب ثلاث كرات حمراء على الأقل هو سحب ثلاث كرات  
حمراء وكرة بيضاء أو سحب 4 كرات حمراء إذن العدد المطلوب هو :  
 $(9 \times 3^4) + 3^4$  أي 1053

إعداد الأستاذ : عبد الخالق آيت علي