

1- حساب التكامل الأول

بوضع $u = 2x$ يكون لدينا $du = 2 dx$

$$\text{أي } dx = \frac{du}{2}$$

وإذا كان $x = 0$ فإن $u = 0$ وإذا كان $x = \frac{1}{2}$ فإن $u = 1$ ومنه

$$I = \int_0^1 \frac{1}{u^2 + 1} \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{du}{u^2 + 1}$$

$$= \frac{1}{2} [\text{Arctan } u]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} (\text{Arctan } 1 - \text{Arctan } 0)$$

$$= \frac{\pi}{8}$$

لأن $\text{Arctan } 0 = 0$ و $\text{Arctan } 1 = \frac{\pi}{4}$

2- حساب التكامل الثاني

ليكن x عنصرا من $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

$$\text{لدينا } \frac{x}{(4x^2 + 1)^2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8x}{(4x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{1}{8} \frac{u'(x)}{u^2(x)}$$

حيث u هي الدالة المعرفة بما يلي :

$$\forall x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \quad u(x) = 4x^2 + 1$$

ومنه

$$J = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \frac{u'(x)}{u^2(x)} dx$$

$$= \frac{1}{8} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{u'(x)}{u^2(x)} dx$$

$$= \frac{1}{8} \left[-\frac{1}{u(x)} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{8} \left(-\frac{1}{u\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{u(0)} \right)$$

بما أن $u(0) = 1$ و $u\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ فإن

$$J = \frac{1}{8} \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) \\ = \frac{1}{16}$$

3- الاستنتاج

ليكن x عنصرا من $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ لدينا

$$\frac{4x^2 + x + 1}{(4x^2 + 1)^2} = \frac{4x^2 + 1}{(4x^2 + 1)^2} + \frac{x}{(4x^2 + 1)^2} \\ = \frac{1}{4x^2 + 1} + \frac{x}{(4x^2 + 1)^2}$$

$$K = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4x^2 + 1} dx + \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{(4x^2 + 1)^2} dx \quad \text{ومنه}$$
$$= I + J$$
$$= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{16}$$

www.achamel.info
www.Achamel.net
www.Achamel.org
www.Achamel.ma

achamel