

1- أ - تحديد D

لدينا : $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ و } |x| > 0\}$

إن : $D = \mathbb{R}^* =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

ب - نهايات f عند محددات D

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

و

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \ln |x| = +\infty$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

www.Achamel.net
www.Achamel.info
www.Achamel.org
www.Achamel.ma

• لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \ln |x| = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$
 إذن : $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

• لكل x من $\mathbb{R}^{+*}$: $f(x) = \frac{1 + x \ln x}{x}$

وبما أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0^+$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1 + x \ln x = 1 + 0 = 1$
 فإن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

2- 1 - تغيرات f

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ولدينا لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$$

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $x-1$

ومنه جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$+\infty$ ↘	1	$+\infty$ ↗

ب - لنبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

من خلال جدول تغيرات الدالة f ، نلاحظ أن المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل أي حل في $\mathbb{R}^{+*}$ لأن $f(x) \geq 1$ لكل x من $\mathbb{R}^{+*}$

من جهة أخرى، الدالة f متصلة وتناقصية قطعاً على $\mathbb{R}^{-*}$
 إذن f تحقق تقابلاً من $\mathbb{R}^{-*}$ نحو $\mathbb{R}$ $f(\mathbb{R}^{-*}) = \mathbb{R}$

وبما أن $0 \in \mathbb{R}$ فإنه يوجد عدد حقيقي وحيد α ينتمي إلى $\mathbb{R}^{-*}$ بحيث $f(\alpha) = 0$

وبما أن $f(-2) = -1/2 + \ln 2 > 0$

و $f(-1) = -1 < 0$

فإن $-2 < \alpha < -1$

3- 1 - نقطة الانعطاف

الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}^*$ ولدينا لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f''(x) = \frac{x^2 - 2x(x-1)}{x^4} = \frac{x(x-2x+2)}{x^4} = \frac{2-x}{x^3}$$

إشارة $f''(x)$ هي إشارة $\frac{2-x}{x}$:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+	-
(C)				

الدالة f'' تنعدم مع تغيير الإشارة في 2

إذن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I أفصولها 2 وأرتوبها

$$f(2) = \frac{1}{2} + \ln 2$$

ب - دراسة الفروع اللانهائية

• رأينا أن : $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

إذن المنحنى (C) يقبل مقارباً رأسياً معادلته $x = 0$ أي محوراً لاراتب

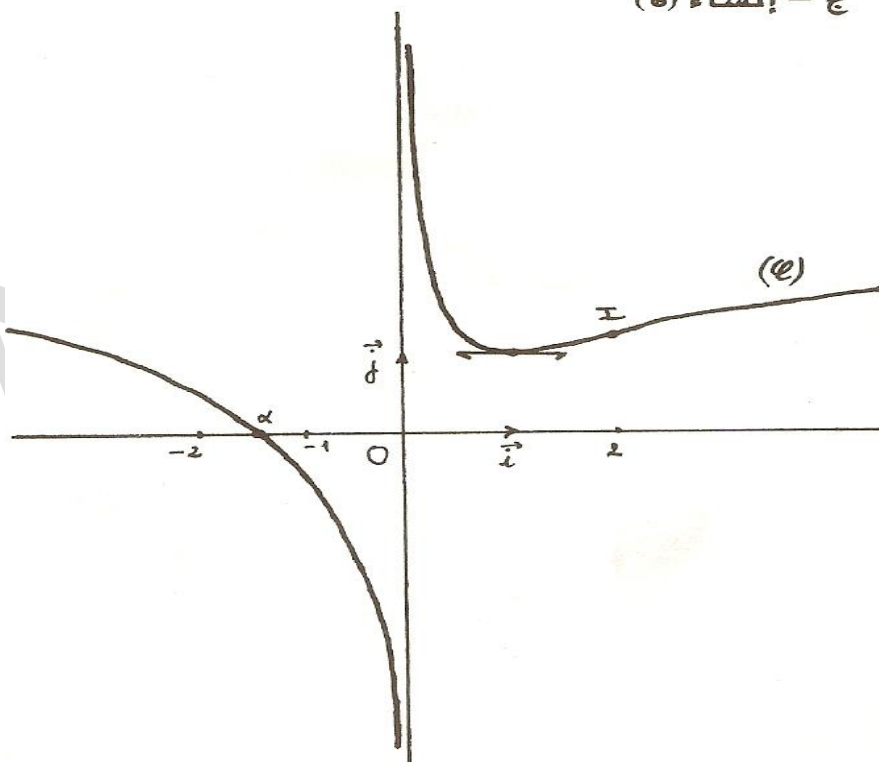
• لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x} = 0 + 0 = 0$

إذن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ فرعاً شلجماً اتجاهه محور الأفاصيل

• لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(-x)}{(-x)} = 0 - 0 = 0$

إذن المنحنى (C) يقبل بجوار $-\infty$ فرعاً شلجماً اتجاهه محور الأفاصيل

ج - إنشاء (C)



Achamel