

(1) أ- يمر ب A : (Δ)

$$\begin{cases} 0 = 1+t \\ 2 = 1-t \\ 0 = 1+t \end{cases} \quad \text{لدينا :} \quad \text{من أجل } t = -1 \text{ . ومنه } A(0,2,0) \text{ تنتمي}$$

الى المستقيم (Δ) .

(Δ) عمودي على (P)

بما أن $x - y + z + 5 = 0$ معادلة للمستوى (P) فإن

$\vec{u}(1, -1, 1)$ متجهة منظمية على (P) .

ولدينا من جهة اخرى : حسب التمثيل البارامترى لـ (Δ) فإن

$\vec{u}$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) .

إذن : (Δ) عمودي على المستوى

ب- مثلث احداثيات H :

بما أن (Δ) عمودي على (P)

فإن H هي نقطة تقاطع (Δ) و (P) .

أي : مثلث احداثيات H هو حل للنظمة :

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = -1 \\ t = -2 \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \\ x - y + z + 5 = 0 \end{cases}$$

إذن : $(-1, 3, -1)$ هو مثلث احداثيات H.

(2) **أ- معادلة (S) :**

(S) مركزها $A(0,2,0)$ وشعاعها 3.

إذن معادلة (S) هي :

$$(x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-0)^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0 \quad \text{أي :}$$

ب- تقاطع (S) و (P) :

$$d(A, (P)) = \frac{|0 - 2 + 0 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \sqrt{3} \quad \text{لدينا :}$$

وبما أن $\sqrt{3} < 3$ فإن (P) يقطع (S) وفق دائرة (C)

مركز وشعاع (C) :

بما أن H هي المسقط العمودي للنقطة A ، مركز الفلكة (S)

على (P) فإن مركز الدائرة (C) هو H . وشعاع الدائرة (C)

هو :

$$r = \sqrt{(3)^2 - AH^2}$$

$$AH^2 = (-1-0)^2 + (3-2)^2 + (-1-0)^2 = 3 \quad \text{ولدينا :}$$

$$r = \sqrt{9-3} = \sqrt{6} \quad \text{إذن :}$$

3- أ- انتماء B الى (C)

لدينا : (C) هي الدائرة التي مركزها $H(-1,3,-1)$ وشعاعها

$\sqrt{6}$.

$$HB = \sqrt{(1-(-1))^2 + (4-3)^2 + (-2-(-1))^2} \\ = \sqrt{6} \quad \text{ولدينا :}$$

ومنه : B تنتمي الى (C)

ب- احداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{AH}$

لدينا : $\vec{AH}(-1,1,-1)$ و $\vec{AB}(1,2,-2)$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AH} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \vec{k} \quad \text{ومنه}$$

$$= 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

اذن : مثلث احداثيات $\vec{AB} \wedge \vec{AH}$ هو $(0,3,3)$

ج- معادلتا المستويين

ليكن (Q) مستوى مماس للفلكة (S) ومواز للمستوى (ABH).

لدينا : $\vec{AB} \wedge \vec{AH}$ متجهة منظمية على (ABH) ومنه فهي

منظمية على (Q)

اذن : معادلة ديكرتية للمستوى (Q) هي على شكل :

$$3y + 3z + \alpha = 0$$

ولدينا : (Q) مماس ل (S) أي : $d(A, (Q)) = 3$

$$d(A, (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|3 \times 2 + 3 \times 0 + \alpha|}{\sqrt{3^2 + 3^2}} = 3 \quad \text{ولدينا :}$$

$$\Leftrightarrow |6 + \alpha| = 9\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = -6 + 9\sqrt{2} \text{ او } \alpha = -6 - 9\sqrt{2}$$

اذن معادلتا المستويين المماسين ل (S) والموازيين
ل (ABH) هما :

$$3y + 3z - 6 - 9\sqrt{2} = 0 \quad \text{و} \quad 3y + 3z - 6 + 9\sqrt{2} = 0$$

$$\text{اي : } y + z - 2 - 3\sqrt{2} = 0 \quad \text{و} \quad y + z - 2 + 3\sqrt{2} = 0$$

Achamel