

***-1 حساب** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{6x^{\frac{2}{3}}}{x} - 4$$

$$= \frac{6x^{\frac{2}{3}-1}}{x} - 4 = 6x^{-\frac{1}{3}} - 4 = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} = +\infty$$
 وبما أن :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$
 فإن :

ملحوظة : الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0

• **التأويل الهندسي**

المنحنى (ζ) يقبل في النقطة $O(0,0)$ نصف مماس رأسي موجه نحو الأعلى.

-2 تحديد الفرع اللانهائي

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 4$$

$$= 0 - 4 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + 4x = \lim_{x \rightarrow +\infty} 6x^{\frac{2}{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 6\sqrt[3]{x^2} = +\infty$$

فإن المنحنى (ζ) يقبل بجوار $+\infty$ فرعاً شلجماً اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y = -4x$

-3 جدول تغيرات f

الدالة f قابلة للاشتقاق على IR^{+*} ولدينا لكل x من IR^{+*}

$$f'(x) = 6 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}-1} - 4$$

$$= 4 \left(x^{-\frac{1}{3}} - 1 \right) = 4 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 1 \right)$$

$$= 4 \frac{(1 - \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}$$

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $1 - \sqrt[3]{x}$

ومنه جدول تغيرات الدالة f

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	-
$f(x)$	0	2	$-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(6x^{\frac{2}{3}} - 4 \right) \quad \text{ملاحظة : لدينا:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(6x^{\frac{2}{3}-1} - 4 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(6x^{-\frac{1}{3}} - 4 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 4 \right) = -\infty$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 4 = 0 - 4 = -4 \right)$$

4-أ. تحديد نقطتي تقاطع (C) مع محور الأفاصيل.

ليكن x عنصرا من IR^+

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^{\frac{2}{3}} - 4x = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Leftrightarrow 2x^{\frac{2}{3}} \left(3 - \frac{2x}{x^{\frac{2}{3}}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^{\frac{2}{3}} \left(3 - 2x^{1-\frac{2}{3}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^{\frac{2}{3}} \left(3 - 2x^{\frac{1}{3}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } x^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } \left(x^{\frac{1}{3}} \right)^3 = \left(\frac{3}{2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } x = \frac{27}{8}$$

إذن محور الأفاصيل يقطع (C) في النقطتين $O(0,0)$ و $A(\frac{27}{8}, 0)$

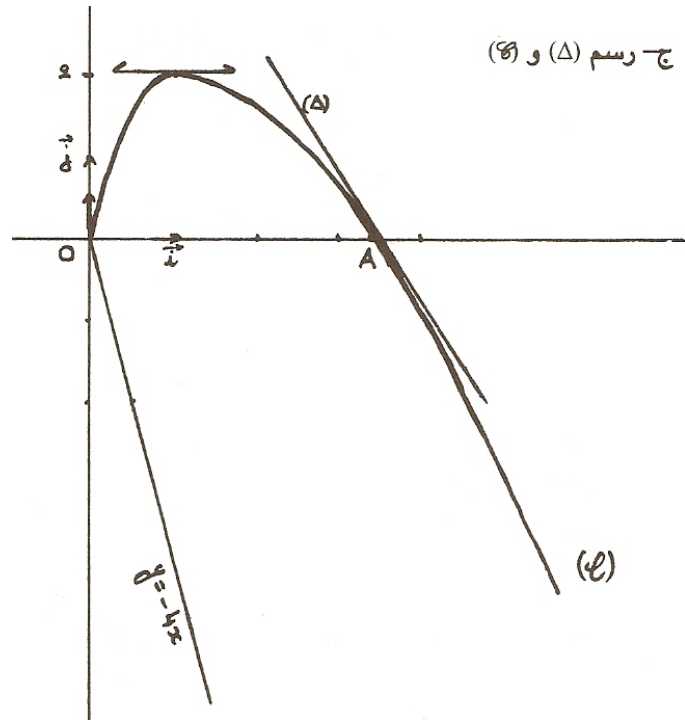
ب- معادلة (Δ)

معادلة (Δ) مماس (C) في النقطة ذات الأفاصول $\frac{27}{8}$ هي:

$$y = f\left(\frac{27}{8}\right) \times \left(x - \frac{27}{8}\right) + f\left(\frac{27}{8}\right)$$

$$y = -\frac{4}{3} \left(x - \frac{27}{8}\right) + 0 \quad \text{يعني أن :}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{9}{2} \quad \text{أي أن :}$$



5- * لنبين أن g تقابل

الدالة g متصلة وتناقصية قطعاً على المجال $I = [1, +\infty[$

وبالتالي فإنها تقابل من I نحو المجال $g(I) =]-\infty, 2]$

أي أنها تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من $]-\infty, 2]$ نحو $[1, +\infty[$

• حساب $(g^{-1})'(0)$

$$(g^{-1})'(0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(0))} \quad \text{بما أن :}$$

$$(g^{-1})(0) = \frac{27}{8} \quad \text{فإن } g\left(\frac{27}{8}\right) = 0$$

$$(g^{-1})'(0) = \frac{1}{g'\left(\frac{27}{8}\right)} \quad \text{فإن :}$$

$$= \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$