

تمرين 13

- الطريقة الأولى:

(1) النقط A و B و C مستقيمة يعني أن A و B و C تنتمي إلى مستقيم (D) معادلته $y = ax + b$

$$\text{إذن: } y_A = ax_A + b \text{ و } y_B = ax_B + b \text{ و } y_C = ax_C + b$$

$$\text{إذن: } y_B - y_A = a(x_B - x_A) \text{ و } y_C - y_A = a(x_C - x_A)$$

$$\text{ومنه: } a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

شرط استقامة النقط A و B و C هو:

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

$$\text{لدينا: } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 4}{-3 - 2} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{و: } \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-8 - 4}{4 - 2} = \frac{-12}{2} = -6$$

بما أن $\frac{3}{5} \neq -6$ فإن A و B و C غير مستقيمة.

- الطريقة الثانية:

نجد معادلة المستقيم (AB) ثم نعوض إحداثيات C في معادلة (AB)، ونستنتج أن C أي أن النقط A و B و C غير مستقيمة.

(2) نحدد إحداثيات H منتصف [BC].

$$\text{لتكن: H منتصف [BC] إذن: } H\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right)$$

$$\text{أي: } H\left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{1 + (-8)}{2}\right) \text{ إذن: } H\left(\frac{1}{2}, \frac{-7}{2}\right)$$

نحدد معادلة المستقيم (AG).

$$\text{لدينا: } x_A \neq x_G \text{ و } y_A \neq y_G \text{ إذن: } \frac{x - x_A}{x_G - x_A} = \frac{y - y_A}{y_G - y_A}$$

$$\text{يعني أن: } \frac{x - 2}{-1} = \frac{y - 4}{-5} \text{ أي: } \frac{x - 2}{1 - 2} = \frac{y - 4}{-1 - 4}$$

يعني أن:

$$-5x + y + 10 - 4 = 0 \text{ أي: } -5x + 10 = -y + 4$$

$$\text{إذن: } -5x + y + 6 = 0 \text{ هي معادلة المستقيم (AG).}$$

$$\text{لنتحقق أن إحداثيات H منتصف [BC] } H\left(\frac{1}{2}, \frac{-7}{2}\right) \text{ تحققان المعادلة } -5x + y + 6 = 0$$

$$\text{لدينا: } -5\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{7}{2} + 6 = \frac{-5}{2} - \frac{7}{2} + 6 = \frac{-12}{2} + 6 = -6 + 6 = 0$$

إذن (AG) يمر من منتصف [BC].

(3) لنبين أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC:

G هي مركز ثقل المثلث ABC.

يعني أن: $AG = \frac{2}{3}AH$

$$AG = \sqrt{(x_G - x_A)^2 + (y_G - y_A)^2} \quad \text{لدينا:}$$

$$= \sqrt{(1 - 2)^2 + (-1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{-7}{2} - 4\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{225}{4}}$$

$$AH = \sqrt{\frac{234}{4}} = \frac{\sqrt{234}}{2} = \frac{\sqrt{3^2 \times 26}}{2} = \frac{3}{2} \times \sqrt{26}$$

إذن: $AG = \frac{2}{3}AH$

ومنه فإن G هي مركز ثقل المثلث ABC.
