

نعتبر في الفضاء $\mathcal{E}$ المنسوب لمعلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

النقط $C(1, 1, 1)$, $B(2, 3, -1)$, $A(2, -1, 1)$

(1) أ - لدينا $\vec{AB}(0, 4, -2)$ و $\vec{BC}(-1, -2, 2)$ لدينا

$$\begin{aligned}\vec{AB} \wedge \vec{AC} &= \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \vec{k} \\ &= 4 \vec{i} + 2 \vec{j} + 4 \vec{k}\end{aligned}$$

ب - لدينا

$$\begin{aligned}d(A, (BC)) &= \frac{|| \vec{AB} \wedge \vec{BC} ||}{|| \vec{BC} ||} \\ &= \frac{\sqrt{16 + 4 + 16}}{\sqrt{1 + 4 + 4}} \\ &= \sqrt{\frac{36}{9}} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2\end{aligned}$$

(2) لدينا :

$$(BC) : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\begin{aligned}H(x, y, z) \text{ المسقط العمودي لـ } A \\ \text{على } (BC) \Leftrightarrow \begin{cases} H \in (BC) \\ \vec{AH} \perp \vec{BC} \end{cases} \quad \text{إذن}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} H(2-t, 3-2t, -1+2t) \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} H(2-t, 3-2t, -1+2t) \\ x+2y-2z+2=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} H(2-t, 3-2t, -1+2t) \\ 2-t+2(3-2t)-2(-1+2t)+2=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} H(2-t, 3-2t, -1+2t) \\ t=\frac{4}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

الملاحظة : المسقط العمودي للنقطة A على (BC) هي النقطة

$$H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

(3) نعتبر الفلكة التي أحد أقطارها [AH]

إذن : $M(x, y, z) \in (S) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{HM} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(x-\frac{2}{3}\right) + (y+1)\left(y-\frac{1}{3}\right) + (z-1)\left(z-\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{8}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{8}{3}z + 1 = 0$$

ومنه فإن : $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - \frac{8}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{8}{3}z + 1 = 0$