

(1) f قابلة للاشتقاق على يمين 0 :

ليكن x عنصراً من $\mathbb{R}_+^*$. لدينا :

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x^2(-1 + 2 \ln x) - 0}{x}$$

$$= x(-1 + 2 \ln x)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x(-1 + 2 \ln x) \quad \text{ومنه :}$$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (-x - 2x \ln x)$$

$$= 0$$

$$\left(\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x \ln x) = 0 \quad \text{لان} \right)$$

إذن : f قابلة للاشتقاق على يمين 0 ولدينا : $f'_d(0) = 0$.

(2) الفرع اللانهائي لـ (C) :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(-1 + 2 \ln x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1 + 2 \ln x) = +\infty \quad \text{لان} \right)$$

$$\text{لنحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ . لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(-1 + 2 \ln x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(-1 + 2 \ln x) = +\infty$$

إذن : (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الارايتيب بجوار $+\infty$.

(3) حساب $f'(x)$:

ليكن x عنصراً من $\mathbb{R}_+^*$. لدينا :

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= [x^2 (-1 + 2 \ln x)]' \\
 &= 2x (-1 + 2 \ln x) + x^2 \left(\frac{2}{x} \right) \\
 &= 2x (-1 + 2 \ln x) + 2x \\
 &= -2x + 4x \ln x + 2x
 \end{aligned}$$

إذن : $\forall x > 0 \quad f'(x) = 4x \ln x$
 ولدینا : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x \ln x > 0$

$\Leftrightarrow \ln x > 0$ (لأن $x > 0$)
 $\Leftrightarrow x > 1$

لیکن x عنصراً من $\mathbb{R}^+$ لدينا : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x \ln x = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0$ أو $\ln x = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0$ أو $x = 1$

جدول تغيرات f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	0	0	+
$f(x)$	0	-1	$+\infty$

$$f(1) = (1)^2 (-1 + 2 \ln 1) = -1$$

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

(4) - أ- تقعر (C) :

لیکن x عنصراً من $\mathbb{R}_+^*$ لدينا :

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 4x \ln x \\
 f''(x) &= (4x \ln x)' \\
 &= 4 \left(\ln x + x \cdot \frac{1}{x} \right) \\
 &= 4 (\ln x + 1)
 \end{aligned}$$

ومنه : $f''(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow \ln x &= -1 \\
 \Leftrightarrow x &= e^{-1}
 \end{aligned}$$

$f''(x) > 0 \Leftrightarrow 4 (\ln x + 1) > 0$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow \ln x &> -1 \\
 \Leftrightarrow x &> e^{-1}
 \end{aligned}$$

إذن : جزء (C) على $[e^{-1}, +\infty[$ محدب.

و جزء (C) على $[0, e^{-1}]$ غير محدب.

و (C) يقبل نقطة انعطاف $(e^{-1}, f(e^{-1}))$ أي $(e^{-1}, -3e^{-2})$.

ب- تقاطع (C) ومحور الافاصيل :

ليكن x عنصراً من $\mathbb{R}^+$. لدينا :

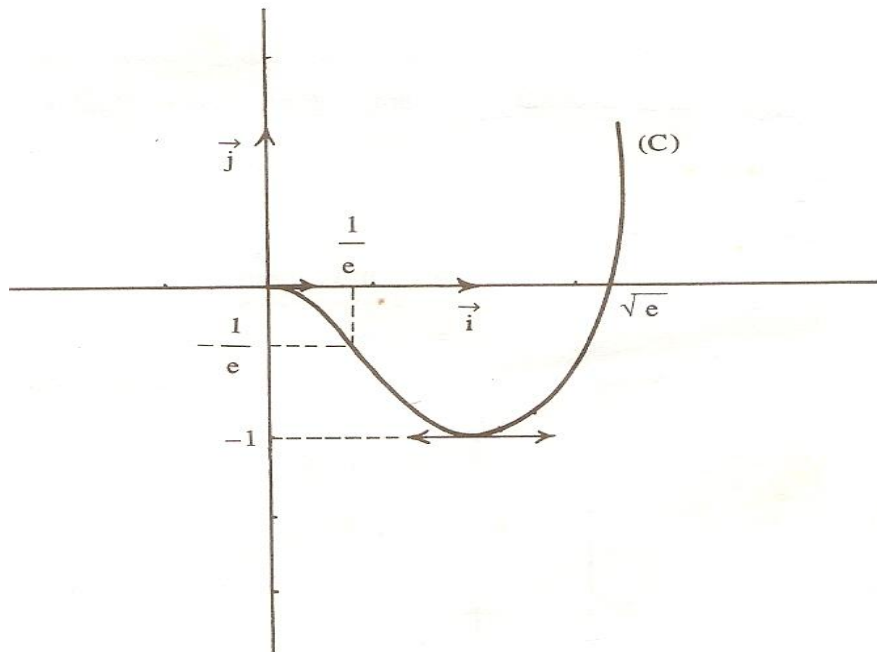
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(-1 + 2 \ln x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } \ln x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } x = \sqrt{e}$$

إذن : (C) يقطع محور الافاصيل في النقطتين $(0,0)$ و $(\sqrt{e}, 0)$.

ج- رسم المنحنى (C) :



www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

Achamel