

1-أ- لنبين أن : $r = 2$

بما أن (U_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول $U_0 = 1$

$$U_1 = U_0 + r = 1 + r \quad \text{فإن :}$$

$$U_4 = U_0 + 4r = 1 + 4r \quad \text{و}$$

$$U_{13} = U_0 + 13r = 1 + 13r \quad \text{و}$$

وبما أن U_1 و U_4 و U_{13} تكون في هذا الترتيب ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية هندسية فإن : $U_1 \cdot U_{13} = U_4^2$

$$\text{أي : } (1+r)(1+13r) = (1+4r)^2$$

$$\text{أي : } 1 + 13r + r + 13r^2 = 1 + 8r + 16r^2$$

$$\text{أي : } 3r^2 - 6r = 0$$

$$\text{أي : } 3r(r - 2) = 0$$

$$\text{أي } r = 0 \text{ أو } r = 2$$

ونعلم $r \neq 0$ إذن : $r = 2$

ب- حساب U_{19}

$$\text{لدينا : } U_{19} = U_0 + 19r$$

$$= 1 + (19 \times 2) = 1 + 38$$

$$\text{إذن : } U_{19} = 39$$

1- حساب $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{19}$

بما أن (U_n) متتالية حسابية فإن :

$$S = (19+1) \cdot \frac{(U_0 + U_{19})}{2}$$

$$= 20 \cdot \frac{1+39}{2} = 10 \cdot 40$$

$$\text{إذن } S = 400$$