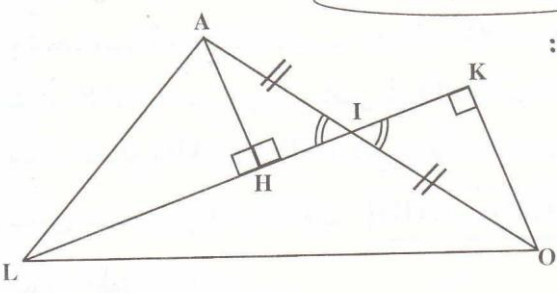


حل التمرين 16

الشكل :



❖ نبيه أنه : $LA^2 - LH^2 = LO^2 - LK^2$

في المعطيات نعلم أن النقطة H هي المسقط العمودي

9

المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (LI) وأن النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (LI) إن المثلث ALH قائم الزاوية في H وكذلك المثلث OLK قائم الزاوية في K ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا:

في المثلث ALH القائم الزاوية في H: $LA^2 = LH^2 + AH^2$ أي $AH^2 = LA^2 - LH^2$ وفي المثلث OLK القائم الزاوية في K لدينا:

$$OK^2 = LO^2 - LK^2 \quad \text{أي} \quad LO^2 = LK^2 + OK^2$$

* في المثلث HIA القائم الزاوية في H لدينا:

$$AH = AI \times \sin \widehat{AIH} \quad \text{أي أن} \quad \sin \widehat{AIH} = \frac{AH}{AI}$$

وفي المثلث OIK القائم الزاوية في K لدينا:

$$OK = IO \times \sin \widehat{OIK} \quad \text{أي أن} \quad \sin \widehat{OIK} = \frac{OK}{IO}$$

إذن بما أن I منتصف [AO] فإن $AI = IO$

وبما أن الزاويتين $\widehat{AIH}$ و $\widehat{OIK}$ متقابلتان بالرأس

فإن $\sin \widehat{AIH} = \sin \widehat{OIK}$ وبالتالي نستنتج أن

$$AH = OK \quad \text{أي} \quad AH^2 = OK^2 \quad \text{وأخيرا لدينا:}$$

$$(1) \quad AH^2 = LA^2 - LH^2$$

$$(2) \quad OK^2 = LO^2 - LK^2$$

$$(3) \quad AH^2 = OK^2$$

إذن من العلاقات ① و ② و ③ نستنتج أن:

$$LA^2 - LH^2 = LO^2 - LK^2$$

ملاحظة: بطريقة أخرى نبيه أنه $AH = OK$:

بما أن: $(AH) \perp (LI)$ و $(OK) \perp (LI)$

فإن $(OK) \parallel (AH)$

وفي المعطيات نعلم أن النقطة I منتصف [AO] إذن نستنتج

أن المستقيمين (OK) و (AH) متماثلان بالنسبة للنقطة I وبما أن النقط H و I و K مستقيمية فإن النقطين H و K متماثلتان بالنسبة للنقطة I وبالتالي لدينا: النقطة I هي منتصف [AO] و [KH] إذن الرباعي AKOH متوازي الأضلاع ومنه فإن $AH = OK$.