

1- لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 2\sqrt{1-x}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{2\sqrt{1-x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{2\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - 2\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} \right) = +\infty$$

و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + 2\sqrt{1-x}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 + \frac{2\sqrt{1-x}}{-x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 + \frac{2\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 + 2\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}} \right) = -\infty \quad \text{إذن :}$$

2-أ- الدالة f متصلة في 1 لأن :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

ب- الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار في 1.

لأن : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\infty$

وهذا يعني هندسيا أن المنحنى (C) يقبل في النقطة A(1,1) مماسا رأسيا

3-أ-

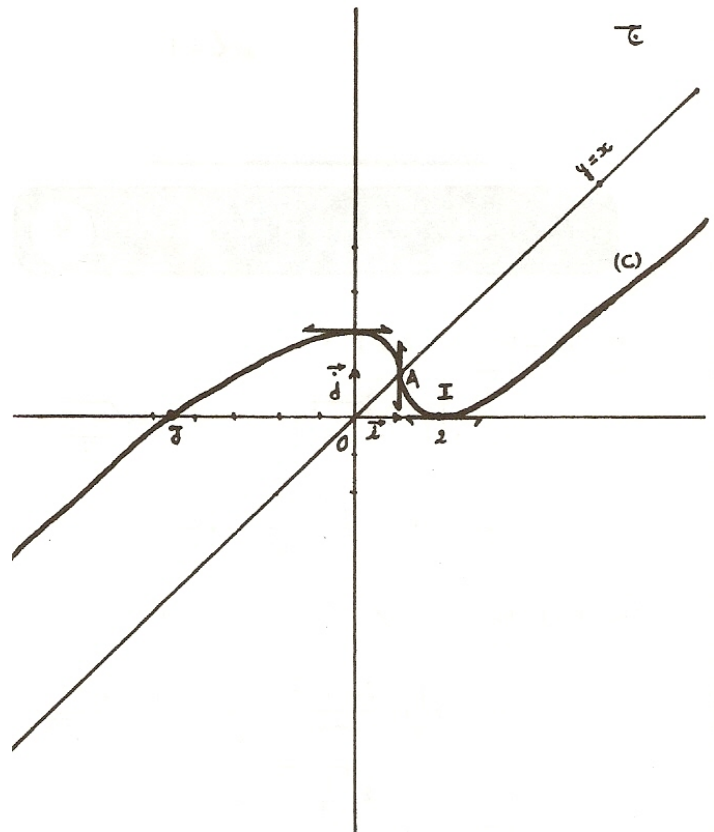
$$\begin{cases} f'(x) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}} ; x > 1 \\ f'(x) = \frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}} ; x < 1 \end{cases}$$

ب-

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	$-\infty$	2	1	0	$+\infty$

4-أ- (C) يقبل بجوار $+\infty$ و $-\infty$ فرعين شلجبيين اتجاههما المستقيم ذو المعادلة $y=x$

ب- يقطع المنحنى (C) محور الأفاصيل في النقطتين I(2,0) و J(-2-2√2,0)



1.5- ليكن x عنصرا من المجال $[2, +\infty[$

لدينا : $f(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

$$= x - 2(x-1)^{\frac{1}{2}} = x - 2(x-1)'(x-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$g(x) = \frac{x^2}{2} - 2 \cdot \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c \quad \text{يعني أن :}$$

$$= \frac{x^2}{2} - \frac{4}{3} \sqrt{(x-1)^3} + c \quad \text{إذن}$$

مع c ثابتة حقيقية

$$\frac{4}{2} - \frac{4}{3} + c = \frac{2}{3} \quad \text{فإن} \quad g(2) = \frac{2}{3}$$

إذن : $c=0$

وبالتالي فإن : $g(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}(x-1)\sqrt{x-1}$ لكل x من $[2, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3} \sqrt{(x-1)^3} \right) \quad \text{ب- لدينا :}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4\sqrt{(x-1)^3}}{3x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4\sqrt{(x-1)^3}}{3\sqrt{x^4}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{(x-1)^3}{x^4}} \right) = +\infty \quad \text{إذن :}$$

* لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق على $]2, +\infty[$ ولدينا لكل x من $]2, +\infty[$ ، $g'(x) = f(x)$ (لأن g دالة أصلية للدالة f)

ومنه فإن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $f(x)$ على $]2, +\infty[$

وحسب جدول تغيرات الدالة f أو التمثيل المبياني للدالة f

نلاحظ أن $f(x) > 0$ لكل x من $]2, +\infty[$

وبالتالي فإن الدالة g تزايدية على $]2, +\infty[$

وبالتالي نجد جدول تغيرات الدالة g :

