

بسم الله الرحمن الرحيم **سلسلة تمارين** (حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت) **الثانية باكالوريا**

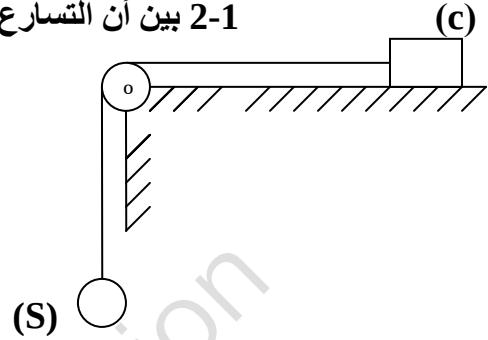
I - نعتبر المجموعة المكونة من :

- **جسم (c)** كتلته $M = 1\text{kg}$ ينزلق باحتكاك على المستوى الأفقي (انظر الشكل). معامل الاحتكاك $k = \tan \phi = 0,19$
- بكرة شعاعها $r = 5\text{cm}$ وعزم قصورها بالنسبة لمحورها $J_{\Delta} = 1,25 \times 10^{-4} \text{kg.m}^2$.
- كرية (S) كتلتها m مرتبطة بالجسم (c) بواسطة خيط غير قابل للتمدد وذو كتلة مهملة و يدور بدون انزلاق على مجرى البكرة.

(1) في اللحظة التي تاريخها $t=0$ ، نحرر المجموعة بدون سرعة بدئية .
1-1 برهن على أن (c) و (S) لهما نفس التسارع a .

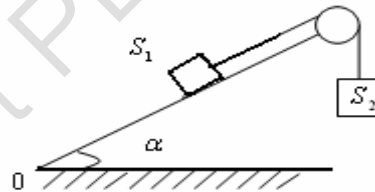
2-1 بين أن التسارع a للكرية (S) يكتب على الشكل التالي:

$$a = \frac{m - M \times \tan \phi}{M + m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}} \times g$$



- (2)** بين أن الكرية (S) لا يمكن أن تكون في حركة إلا إذا كانت كتلتها m أكبر من قيمة حدية m_0 ، عين قيمة m_0 .
- (3)** احسب التسارع a واستنتج سرعة الكرية (S) في لحظة تاريخها $t_1 = 2\text{s}$.
 نعطي $g = 10\text{m.s}^{-2}$ ، $m = 500\text{g}$
- (4)** في اللحظة التي تاريخها t_1 توجد الكرية على ارتفاع $h = 0,45\text{m}$ من سطح الأرض وتنفصل عن الخيط .
 احسب سرعة الكرية (S) عند وصولها إلى سطح الأرض أثناء سقوطها الحر.

II يمكن لجسم صلب S_1 ذي الكتلة $m_1 = 100\text{g}$ أن ينزلق دون احتكاك على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي .



نوصل الجسم S_1 بجسم صلب S_2 كتلته $m_2 = 100\text{g}$ بواسطة خيط غير قابل للتمدد وذو كتلة مهملة. يمر الخيط في مجرى بكرة ذات كتلة مهملة يمكنها الدوران حول محور أفقي Δ و يدور الخيط بدون انزلاق على مجرى البكرة.
 ينطلق الجسم S_1 من النقطة 0 في اللحظة ذات التاريخ $t = 0$ بدون سرعة بدئية .

(1) بين أن تسارع الجسم S_1 يكتب كما يلي : $a = \frac{g}{2}(1 - \sin \alpha)$ ، نأخذ $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

(2) احسب تاريخ اللحظة t_c التي يصل فيها الجسم S_1 إلى النقطة C حيث $OC = 1,25\text{m}$. ثم استنتج سرعته v_c في هذه النقطة .

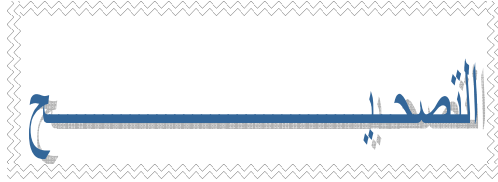
(3) عند وصول S_1 إلى النقطة C ينفصل الخيط عن الجسم S_2 .

1-3 ما طبيعة حركة الجسم S_1 ؟ علل جوابك.

2-3 ما المسافة الفاصلة بين النقطة C والنقطة D التي سيتوقف فيها الجسم S_1 قبل أن ينزلق نحو النقطة O

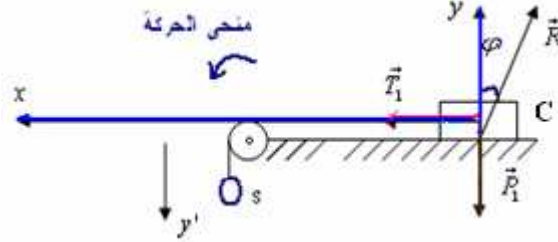
3-3 احسب المدة الزمنية التي تفصل انطلاق الجسم من النقطة O ورجوعه إلى هذه النقطة.

Sbiro Abdelkrim Mail : Sbiabdou@yahoo.fr



- I

(1) بما ان الخيط يدور حول البكرة ينتقل الجسم (c) بمسافة x فإن الكرة (S) تنتقل بمسافة y وتدور البكرة بزاوية θ ولدينا: $x = y = r\theta$ باشتقاق هذه العلاقة للمرة الثانية نحصل على :
ومنه يتضح ان الجسم S_1 والجسم S_2 لهما نفس التسارع.



المجموعة 1 المدروسة : { الجسم C }

* جرد القوى : الجسم c يخضع للقوى التالية : $\vec{P}_1$: وزنه. $\vec{T}_1$: توتر الخيط الافقي $\vec{R}$: تاثير سطح التماس *تمثيل القوى (انظر الشكل) .

*تطبيق القانون الثانى لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم (c) ذي الكتلة M : $\sum \vec{F} = M \times \vec{a}_G$ مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم يساوي جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره. أي:

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} = M \cdot \vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{a} \cdot \vec{i}$$

$$0 + T_1 - R \sin \varphi = M \cdot a$$

$$T_1 = R \sin \varphi + M \cdot a \quad (2)$$

$$-P_1 + 0 + R \cos \varphi = 0$$

$$R = \frac{M \cdot g}{\cos \varphi}$$

$$T_1 = M \cdot g \cdot \tan \varphi + M \cdot a$$

المجموعة 2 (a)

بما ان حركة الجسم (c) مستقيمة فإن :

* باسقاط (1) على المحور ox نحصل على:

ومنه:

* وبا سقاط (1) على المحور oy نحصل على

$a_y = 0$ لانه لاهركة للجسم c حسب oy

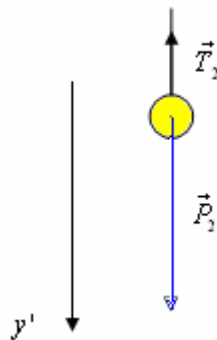
بما أن وزن الجسم (c) : $P_1 = M \cdot g$ فان:

وبالتعويض في (2) نحصل على :

المدرسة : : { الكرة S }

* جرد القوى : الكرة (s) تخضع للقوى التالية: $\vec{P}_2$: وزن الكرة . $\vec{T}_2$: توتر الخيط الرأسى.

*تمثيل القوى (انظر الشكل)



*تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الأساسية لديناميك) على الكرة (S) ذات الكتلة m :

$$\sum \vec{F} = m \times \vec{a}_G$$

مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم يساوي جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره.

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m \cdot \vec{a}_G \quad (3)$$

أي:

$$\vec{a}_G = a \cdot \vec{j}$$

بما أن حركة الكرة رأسية (مستقيمة) فإن:

$$P_2 - T_2 = m \cdot a$$

*بإسقاط (3) على المحور oy' نحصل على:

$$T_2 = m(g - a)$$

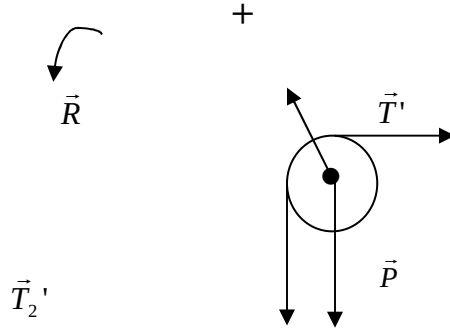
(b)

نعلم أن وزن الكرة: $P_2 = m \cdot g$ ومنه

المجموعة المدروسة: {البكرة}

*جرد القوى: البكرة تخضع للقوى التالية:

- $\vec{T}_1'$: توتر الخيط الأفقي. $\vec{T}_2'$: توتر الخيط الرأسية. $\vec{P}$: وزن البكرة. $\vec{R}$: تأثير محور الدوران على البكرة.
- *تمثيل القوى: انظر الشكل.



* نختار منحى موجبا للدوران. (انظر الشكل)

*ثم نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة. (حالة الدوران)

$$\sum M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

أي:

$$0 + 0 + T_2' \cdot r - T_1' \cdot r = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$T_1' = T_1$: توتر الخيط الأفقي (لأنه غير قابل للمد) يحتفظ بنفس التوتر في جميع نقطه)
 $T_2' = T_2$: توتر الخيط الرأسية (لأنه غير قابل للمد) يحتفظ بنفس التوتر في جميع نقطه)

العلاقة السابقة تصبح (c)

وهكذا من خلال العلاقات (a)، (b) و (c) مع تعويض $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$ نحصل على:

$$mg - M \cdot g \cdot \sin \varphi = Ma + m \cdot a + \frac{J_{\Delta} \cdot a}{r^2}$$

ومنه:

$$a = \frac{m - M \cdot \sin \varphi}{M + m + \frac{J_{\Delta}}{r^2}} \times g$$

(2) عندما تكون $a = 0$ الكرة تكون في حالة سكون و يتحقق ذلك عندما تكون كتلة الكرة مساوية m_0 .

$$(a=0) \quad m_0 = M \cdot \sin \varphi$$

بالنسبة ل m_0 تكون الكرة في حركة.

ت.ع. $m_0 = 1 \times 0,19 = 0,19 \text{ kg} = 190 \text{ g}$. وبما أن كتلة الكرة (S) هي: $m = 500 \text{ g}$ فإن: $m > m_0$ إذن المجموعة في

حالة حركة. و تسارعها:

$$a = \frac{0,5 - 1 \times 0,19}{1 + 0,5 + \frac{1,25 \times 10^{-4}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}} \times 10 = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

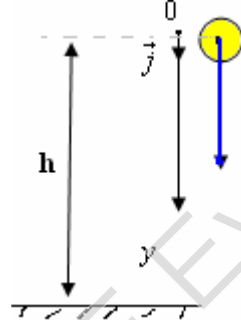
استعمال الآلة الحاسبة لانجاز التطبيق العددي السابق : يجب أن تكون قادرا على انجاز هذه العملية دون تدوين أي شيء على ورقة الوسخ وفي أقل من 1 الدقيقة ، من أجل ذلك تتبع الخطوات التالية: **أولا:** احسب المقام $(5 \cdot 10^{-2})^2$ ثم ادخله الى الذاكرة باستعمال الزر **SHIFT** ثم **sto** ثم الزر **M +** **ثانيا:** اكتب البسط $1,25 \cdot 10^{-4}$ ثم اقسم على ما في الذاكرة باستعمال الزر **÷** ثم الزر **RCL** ثم الزر **M +** ثم = ستحصل على 0,05 **ثالثا:** اصف اليه 1 ثم 0,5 ثم اضغط على = وبذلك تكون قد حصلت على مقام التسارع 1,55 ، ادخله إلى الذاكرة باستعمال **SHIFT** ثم **sto** ثم **M +** وهكذا تكون قد أدخلت مقام التسارع إلى الذاكرة (1,55). **رابعا:** اكتب البسط $0,5 - 1 \times 0,19$ ثم اضغط على = و اقسم على ما في الذاكرة باستعمال الزر **÷** ثم الزر **RCL** ثم الزر **M +** ثم = وهكذا ستحصل على 0,2. **ثم اخيرا** اضرب في 10 فتحصل على 2.

😊 في بعض الآلات الحاسبة عملية التخزين تتم باستعمال الزر $x \rightarrow M$ فقط بدلا من: استعمال **sto** ثم **M +** وعملية استرجاع ما في الذاكرة تتم باستعمال الزر **RM** فقط بدلا من استعمال **RCL** ثم **M +**.

(3)- حركة الكرة متغيرة بانتظام متسارعة. اذن من خلال دالة السرعة نحصل على سرعة الكرة في اللحظة $t_1 = 2\text{s}$

$$v_1 = a.t + v_0 = 2 \times 2 + 0 = 4\text{s}$$

(4) بعد انفصالها عن الخيط الكرة تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط .
نطبق عليها العلاقة الأساسية للديناميك:



$$\vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}_G$$

وبما أن حركة السقوط الحر للكرة رأسي (مستقيمي) : $\vec{a}_G = a \cdot \vec{j}$ بالإسقاط على محور رأسي وموجه نحو الاسفل نحصل على :

$$+ P_1 = m_1 \cdot a$$

أي :

$$m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

$$a = g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

إذن حركة الكرة متسارعة نحو الاسفل.

لتكن v_2 سرعة الكرة عند وصولها الى سطح الارض.

بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن لدينا:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

إذن:

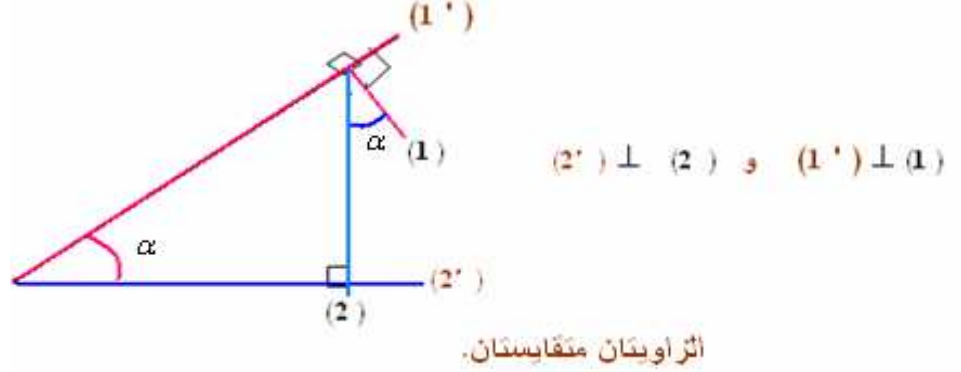
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 5 \text{ m.s}^{-1}$$

😊 انظر تصحيح التمرين الثاني أسفل

(II

قاعدة: زاويتان ضلعاها متعامدان متقايسان.

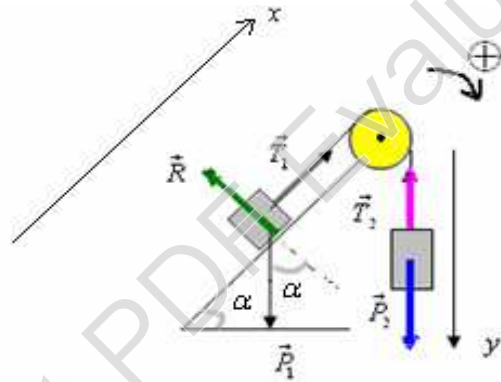
(Deux angles à cotés perpendiculaires sont égaux)



في حالة الحركة على المستوى المائل الزاوية التي يكونها اتجاه وزن الجسم (المتنقل على هذا المستوى) مع اتجاه الخط المنظمي على المستوى وزاوية ميل المستوى المائل متقايستان.

1) • المجموعة المدروسة (الجسم S_1)

• جرد القوى: الجسم S_1 يخضع للقوى التالية: $\vec{P}_1$ وزنه. $\vec{T}_1$ تأثير الخيط الرأسي. $\vec{R}$: تأثير سطح التماس وهي $\perp$ عليه لان الاحتكاك مهمل.



• تمثيل القوى: انظر الشكل.

بما أن الخيط يدور حول البكرة دون انزلاق وغير قابل للمد فعندما ينتقل S_1 بمسافة x فإن S_2 ينتقل بمسافة y وتدور البكرة بزاوية θ ولدينا: $x = y = r\theta$

باشتقاق هذه العلاقة للمرة الثانية نحصل على:

$$a = a_x = a_y = r\ddot{\theta}$$

ومنه يتضح ان الجسم S_1 والجسم S_2 لهما نفس التسارع.

• تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم S_1 : $\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_G$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = m_1 \cdot \vec{a}_G$$

نسقط على المحور ox : $-P_1 \sin \alpha + T_1 + 0 = m_1 \cdot a$

$$T_1 = m_1 g \sin \alpha + m_1 a$$

• تطبيق القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الاساسية للديناميك) على الجسم S_2 : الذي يخضع للقوى التالية: $\vec{P}_2$ و $\vec{T}_2$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على المحور oy :

$$P_2 - T_2 = m_2 a \quad \text{ومنه:}$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a$$

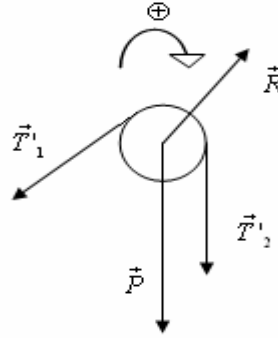
• تطبيق العلاقة الأساسية لديناميك على البكرة: التي تخضع للقوى التالية: $\vec{T}_1$ و $\vec{T}_2$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{P}$

$$\sum M_{\Delta} \vec{F} = J_{\Delta} \times \ddot{\theta}$$

$$M\vec{P}_{\Delta} + M\vec{R}_{\Delta} + M\vec{T}_2'_{\Delta} + M\vec{T}_1'_{\Delta} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$0 + 0 + T_2' \cdot r - T_1' \cdot r = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

وبما أن $T_1 = T_1'$ و $T_2 = T_2'$ لأن الخيط غير قابل للمد من جهة.



ومن جهة أخرى بما أن كتلة البكرة مهملة $m=0$ فإن عزم قصورها $J_{\Delta} = 0$ (لان $J_{\Delta} = \frac{1}{2}mr^2$). (

إذن العلاقة السابقة تصبح : $-T_1r + T_2r = 0$ أي :

$$\boxed{T_1 = T_2}$$

$$m_1g \sin \alpha + m_1a = m_2g - m_2a \quad \text{إذن:}$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1 \sin \alpha) \quad \text{أي:}$$

$$\text{ومنه:} \quad a = \frac{m_2 - m_1 \sin \alpha}{m_1 + m_2} \times g \quad \text{وبما أن:} \quad m_1 = m_2 = m \quad \text{فإن:}$$

$$\boxed{a = \frac{g}{2}(1 - \sin \alpha)}$$

$$a = \frac{10}{2}(1 - \sin 30) = 5(1 - 0,5) = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{ت.ع.:}$$

(2) بما أن مسار حركة مركز قصور الجسم S_1 مستقيمي وتسارعه ثابت فإن حركته متغيرة بانتظام وبالتالي المعادلة الزمنية لحركته تكتب كمل يلي :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \text{لدينا} \quad v_0 = 0 \quad \text{وباختيار موضع انطلاق} \quad S_1 \quad \text{اصلا}$$

$$\text{للأفاصيل} \quad (x_0 = 0) \quad \text{تصبح المعادلة:} \quad x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\text{وبالتالي:} \quad x_c = OC = \frac{1}{2}at_c^2$$

$$\text{ومنه:} \quad t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot OC}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,25}{2,5}} = 1 \text{ s}$$

$$\text{* سرعة} \quad S_1 \quad \text{في النقطة} \quad C: \quad v_c = a \cdot t_c = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$$

(3)

1.3

بعد انفصال الجسم S_1 عن الخيط قد يصبح خاضعا لوزنه $\vec{P}$ ولتأثير سطح التماس $\vec{R}$ وهي عمودية على السطح لان الاحتكاك مهم.

نطبق العلاقة القانون الثاني لنيوتن (الأساسية للديناميك) على الجسم S_1 بعد تقطع الخيط:

$$\vec{P}_1 + \vec{R} = m_1 \cdot \vec{a}'$$

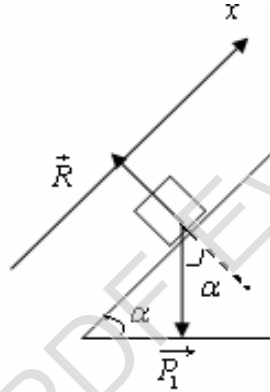
نسقط هذه العلاقة على المحور ox : $-P_1 \sin \alpha + 0 = m_1 a'$

$$-m_1 g \sin \alpha = m_1 a'$$

أي:

ومنه:

$$a' = -g \sin \alpha = -5 \text{ m.s}^{-2}$$



2.3

في المرحلة الاولى تكون الحركة متباطئة بانتظام بين النقطة C والنقطة D التي سيتوقف فيها S_1 .
نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن بين C و D :

$$V_D^2 - V_C^2 = 2a' \cdot CD \quad \text{مع } v_D = 0$$

ومنه :

$$CD = -\frac{v_C^2}{2a'} = -\frac{2,5^2}{2 \cdot (-5)} = 0,625 \text{ m}$$

3.3

المدة الزمنية التي تفضل انطلاق S_1 من O ورجوعه الى هذه النقطة هي:

$$t = t_{OC} + t_{CD} + t_{DO}$$

$$t_{OC} = t_C = 1 \text{ s}$$

* نستعمل معادلة السرعة خلال المرحلة الاولى : $v_D = a' t + v_C$

$$t_{CD} = \frac{v_D - v_C}{a'} = \frac{0 - 2,5}{-5} = 0,5 \text{ s} \quad \text{ومنه:}$$

* نختار النقطة D أصلا للأفاصيل واللحظة التي يكون فيها S_1 عند D أصلا للتواريخ فتكتب المعادلة الزمنية للحركة

$$\text{في هذه المرحلة: } DO = -\frac{1}{2} a' t_{DO}^2 - v_D t_{DO} \quad \text{مع } v_D = 0 \quad \text{إذن: } DO = -\frac{1}{2} a' t_{DO}^2$$

$$t_{DO} = \sqrt{-\frac{2.DO}{a'}} = \sqrt{-\frac{2.(1,25 + 0,625)}{-5}} = 0,866s$$

$$t = 0,866 + 0,5 + 1 \approx 2,37s$$

ومنه:

وبالتالي:

😊 حظ سعيد للجميع
Sbiro Abdelkrim

Expert PDF Evaluation