

نعتبر في $\mathcal{E}$ الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(1, 1, -1)$ و $B(-1, 0, 0)$ و $C(0, 0, -1)$.

(1) أ - لدينا $\vec{AB}(-2, -1, 1)$ و $\vec{AC}(-1, -1, 0)$

إذن

$$\begin{aligned}\vec{AB} \wedge \vec{AC} &= \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \vec{k} \\ &= \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\end{aligned}$$

بما أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$ فإن A و B و C غير مستقيمة

ب - بما أن A و B و C نقط من (P) فإن $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متجهة

منظمة على (P) إذن $(P) : x - y + z + \alpha = 0$

بما أن $A \in (P)$ فإن $1 - 1 - 1 + \alpha = 0$

أي $\alpha = 1$

$$(P) : x - y + z + 1 = 0$$

ومنه فإن

$$(Q) : x - y + z - 1 = 0$$

(2) لدينا

$$(P) : x - y + z + 1 = 0$$

و

بما أن $\vec{n}(1, -1, 1)$ متجهة منظمة على (P) و (Q)

فإن $(Q) // (P)$

(3) أ - $A(1, 1, -1)$ و $(Q) : x - y + z - 1 = 0$

$$d(A, (Q)) = \frac{|1 - 1 - 1 - 1|}{\sqrt{1 + 1 + 1}}$$

إذن :

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(S) \text{ مماسة لـ } (P) \text{ و } (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} d(\Omega, (P)) = r \\ d(\Omega, (Q)) = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} |a - b + c + 1| = \sqrt{3}r \\ |a - b + c - 1| = \sqrt{3}r \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a - b + c + 1| = \sqrt{3}r \\ a - b + c + 1 = a - b + c - 1 \\ \text{أو} \\ a - b + c + 1 = -a + b - c + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a - b + c + 1| = \sqrt{3}r \\ 1 = -1 \text{ , أو } 2(a - b + c) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a - b + c + 1| = \sqrt{3}r \\ b = a + c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} r = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = a + c \end{cases}}$$

Achamel