

1- حل المعادلتين :

(a) ليكن x عنصرا من $]-1, +\infty[$

$$\ln\left(\frac{1}{x+1}\right) + \ln(x+2) = 1 \Leftrightarrow \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{x+1} = e$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x+1} = e$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \frac{1}{e-1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{e-1} - 1$$

إذن مجموعة حلول المعادلة الأولى هي $S = \left\{-1 + \frac{1}{e-1}\right\}$

(b) ليكن x عنصرا من $]0, +\infty[$

$$(\ln x)^2 + (\ln x) - 6 = 0 \Leftrightarrow (\ln x + 3)(\ln x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln x + 3 = 0 \quad \text{أو} \quad \ln x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln x = \ln e^{-3} \quad \text{أو} \quad \ln x = \ln e^2$$

$$\Leftrightarrow x = e^{-3} \quad \text{أو} \quad x = e^2$$

إذن مجموعة حلول المعادلة الثانية هي : $S = \{e^{-3}, e^2\}$

2- حساب النهاية المطلوبة

ليكن x عنصرا من $]0, +\infty[$

$$\ln(x^2 + x + 1) - x = \ln\left(x^2\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)\right) - x$$

$$= 2 \ln x - x + \ln\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 1 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln x - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{2 \ln x}{x} - 1\right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln x}{x} - 1 = -1 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + x + 1) - x = -\infty \quad \text{إذن}$$

Achamel