

نعتبر في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(1, 0, 0)$ و $B(-1, 0, 1)$ و $C(-1, -2, -1)$ و $\Omega(5, 1, 2)$.
 (1) أ - لدينا $(S) : (x - 5)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 4$
 أي $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2y - 4z + 26 = 0$

(2) أ - لدينا $\vec{AB}(-2, 0, 1)$ و $\vec{AC}(-2, -2, -1)$

إذن :

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$$

بما أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$ فإن $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مستقيمتين وبالتالي
 A ، B ، C تحدد مستوى (P).

ب - * لدينا $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متجهة منظمية على (P). إذن

$\vec{n}(1, -2, 2)$ كذلك متجهة منظمية على (P).

إذن (P) : $x - 2y + 2z + \alpha = 0$

بما أن $A \in (P)$ فإن $1 + \alpha = 0$

أي $\alpha = -1$

ومنه فإن (P) : $x - 2y + 2z - 1 = 0$

* لدينا : $d(\Omega, (P)) = \frac{|5 - 2(1) + 2(2) - 1|}{\sqrt{1 + 4 + 4}}$

$= 2$

$= r$

إذن (P) مماس للفلكة (S).

ج - لدينا ΩAH مثلث قائم الزاوية في H و $\Omega H = 2$ لنحسب المسافة AH .

لدينا $A\Omega (4, 1, 2)$ إذن $A\Omega = \sqrt{16 + 1 + 4}$

$$= \sqrt{21}$$

إذن : $AH = \sqrt{A\Omega^2 - \Omega A^2}$

$$= \sqrt{21 - 4}$$

$$= \sqrt{17}$$

ومنه : $S_{\Omega AH} = \frac{\Omega H \cdot AH}{2}$

$$= \frac{2 \sqrt{17}}{2}$$

$$= \sqrt{17}$$

(3) بما أن (D) عمودي على (P) فإن $\vec{n} (1, -2, 2)$ متجهة موجهة له أ - * لدينا

$$d(\Omega, (D)) = \frac{|| \vec{E\Omega} \wedge \vec{n} ||}{|| \vec{n} ||}$$

$$= \frac{|| 4 \vec{i} - 2 \vec{k} ||}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{20}}{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

* بما أن $\frac{2\sqrt{5}}{3} < 2$ فإن $d(\Omega, (D)) < r$

إذن (D) يقطع الفلكة (S) .

ب - * لدينا :

$$(D) : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

* لنحدد نقطتي تقاطع (D) و (S) نحل النظام :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2y + 4z + 26 = 0 \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

لدينا :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2y - 4z + 26 = 0 \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9t^2 - 10t + 1 = 0 \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9(t-1)\left(t - \frac{1}{9}\right) = 0 \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \quad \text{أو} \quad t = \frac{1}{9} \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ x = 4 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = \frac{37}{9} \\ y = \frac{7}{9} \\ z = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$(S) \cap (D) = \left\{ I(5, -1, 2), J\left(\frac{37}{9}, \frac{7}{9}, \frac{2}{9}\right) \right\} \quad \text{ومنه فإن :}$$

Achamel