

(1) لدينا (S) فلكة مركزها $\Omega(1, -3, 2)$ وشعاعها $r = 3$

إذن (S) : $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$

أي (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + 5 = 0$

(2) لدينا :
(D) : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

a - لدينا (D) مستقيم مار من $\Omega(1, -3, 2)$ وموجه ب $\vec{u}(2, -2, 1)$

بما أن $\Omega(1, -3, 2)$ هي مركز (S) فإن (D) يقطع (S).

* تحديد نقطتي تقاطع (S) و (D).

لنحل النظام :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + 5 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

إذن :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + 5 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 1 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \quad \text{أو} \quad t = -1 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

ومنه فإن $(S) \cap (D) = \{ I(-1, -1, 1), J(3, -5, 3) \}$

$$\frac{z_I + z_J}{2} = 2 \quad , \quad \frac{y_I + y_J}{2} = 3 \quad , \quad \frac{x_I + x_J}{2} = 1 \quad \text{لدينا} \quad \begin{matrix} = z_{\Omega} \\ = y_{\Omega} \\ = x_{\Omega} \end{matrix}$$

إذن Ω منتصف [IJ].

ولدينا كذلك $\vec{IJ} (4, -4, 2)$

$$\frac{1}{2} IJ = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 16 + 4} \quad \text{أي}$$

$$= \frac{\sqrt{36}}{2}$$

$$= 3$$

$$= r$$

ومنه فإن [IJ] قطر للكرة (S).

(3) نعتبر النقط $A(1, 1, 1)$ و $B(1, 2, 3)$ و $C(2, 1, -1)$ نضع $(P) = (ABC)$

a - لدينا : $\vec{AB} (0, 1, 2)$ و $\vec{AC} (1, 0, -2)$

إذن :

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= -2 \vec{i} + 2 \vec{j} - \vec{k}$$

b - لدينا $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متجهة منظمية على (P)

إذن : $(P) : -2x + 2y - z + \alpha = 0$

بما أن $A(1, 1, 1) \in (P)$ فإن $-2 + 2 - 1 + \alpha = 0$ أي $\alpha = 1$

ومنه فإن : $(P) : 2x - 2y + z - 1 = 0$

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|2(1) - 2(-3) + 2 - 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \quad \text{a - لدينا : (4)}$$

$$= 3$$

b - لدينا $\vec{n} (2, -2, 1)$ متجهة منظمية على (P) وهي موجهة لـ

(D) إذن (D) هو مستقيم عمودي على (P).

c - لتكن $H(x, y, z)$ نقطة تقاس المستوى (P) والفلكة (S)

إذن $(\Omega H) \perp (P)$ أي $H \in (D)$ و $H \in (P)$

$$\begin{cases} 2x - 2y + z - 1 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{ومنه :}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y + z - 1 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t + 1 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

إذن $H(-1, -1, 1)$ نلاحظ أن $H = I$

$$(S) \cap (P) = \{ I(-1, -1, 1) \} \quad \text{ومنه فإن}$$