

1- تحديد المجموعة D_f :

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x} > 0 \text{ و } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x} > 0 \text{ و } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$$

$$D_f =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[\text{ إذن}$$

2- تحديد النهايات المطلوبة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{1}{x} = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{x} = 1 \text{ لدينا.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0 \text{ ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ إذن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 1 + \frac{1}{x} = +\infty \text{ لدينا.}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = +\infty \text{ ومنه}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \text{ إذن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} 1 + \frac{1}{x} = 0$$

. لدينا

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) = -\infty$$

ومنه

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = -\infty$$

إذن

3- الفروع اللانهائية

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

ومنه C_f تقبل مقاربا معادلته $x = 0$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا .}$$

ومنه C_f تقبل مقاربا معادلته $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{1}{2}x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 0 \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \frac{1}{2}x = 0 \quad \text{ولدينا}$$

إذن C_f يقبل مقاربا معادلته $y = \frac{1}{2}x$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{علما أن}$$

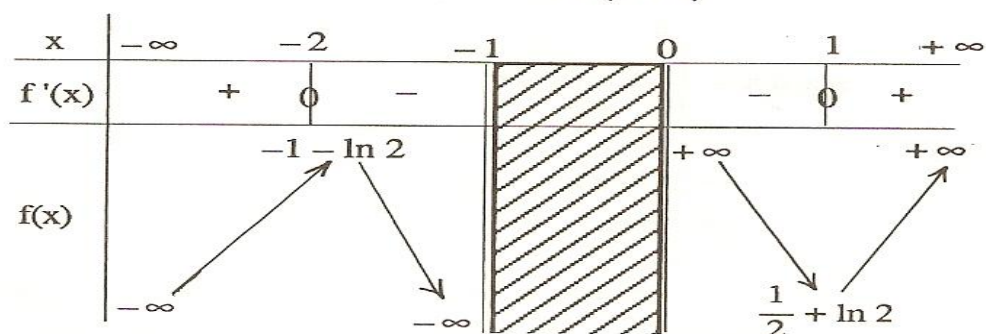
4- تغيرات الدالة f

الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f

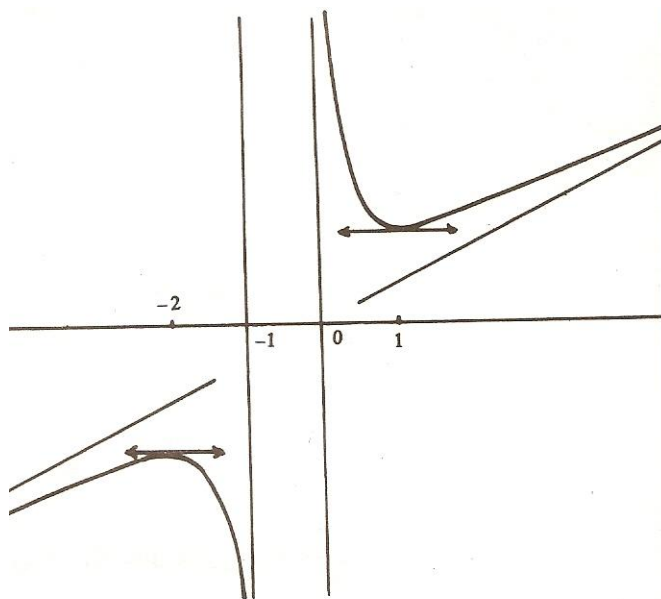
ليكن x عنصرا من D_f

$$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{-\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x^2 + x - 2}{2x(x+1)}$$

لدينا



5- انشاء المنحنى C_f



-6 حساب A المساحة المطلوبة

$$A = \int_1^e \left(f(x) - \frac{x}{2} \right) dx \quad \text{لدينا}$$

$$= \int_1^e \ln(x+1) dx - \int_1^e \ln x dx$$

$$\int_1^e \ln(x+1) dx = \int_1^e 1 \cdot \ln(x+1) dx \quad \text{لدينا}$$

$$= [(x+1) \ln(x+1)]_1^e - \int_1^e (x+1) \frac{1}{x+1} dx$$

$$= (e+1) \ln(e+1) - 2 \ln 2 - [x]_1^e$$

$$= (e+1) \ln(e+1) - 2 \ln 2 - (e-1)$$

$$\int_1^e \ln x dx = \int_1^e 1 \cdot \ln x dx$$

$$= [x \ln x]_1^e - [x]_1^e$$

$$= e - (e-1)$$

$$A = (e+1) \ln(e+1) - 2 \ln 2 - e \quad \text{إذن}$$

Achamel