

نعتبر في الفضاء $\mathcal{E}$ المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(2, 1, 1)$ و $B(-2, 1, -1)$ و $C(0, 2, 1)$.
(1) نضع $M(x, y, z)$

$$\vec{BM}(x+2, y-1, z+1) \quad \text{و} \quad \vec{AM}(x-2, y-1, z-1) \quad \text{أ.}$$

$$\begin{aligned} \vec{AM} \cdot \vec{BM} &= (x-2)(x+2) + (y-1)^2 + (z-1)(z+1) \quad \text{إذن :} \\ &= x^2 - 4 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 1 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{AM} \cdot \vec{BM} &= 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 1 = 0 \quad \text{ب. لدينا :} \\ &\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2 \end{aligned}$$

ومنه فإن مجموعة النقط $M(x, y, z)$ هي الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(0, 1, 0)$ وشعاعها $r = \sqrt{2}$.

$$(2) \quad \vec{AB}(-4, 0, -2) \quad \text{و} \quad \vec{AC}(-2, 1, 0) \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{aligned} \text{بما أن :} \quad \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} &= -4 \quad \text{فإن} \quad \vec{AB} \quad \text{و} \quad \vec{AC} \quad \text{غير مستقيمتين} \\ \text{ب. لدينا :} \end{aligned}$$

$$M(x, y, z) \in (ABC) \Leftrightarrow \det(\vec{AM}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & -4 & -2 \\ y-1 & 0 & 1 \\ z-1 & -2 & 0 \end{vmatrix} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - (y-1) \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + (z-1) \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{(ABC) : x + 2y - 2z - 2 = 0} \quad \text{ومنه فإن :}$$

$$0 + 2(1) - 2(0) - 2 = 0 \quad \text{ج. * لدينا}$$

$$\Omega \in (ABC) \quad \text{إذن}$$

$$\Omega \in (ABC) \quad \text{و} \quad (S) \quad \text{هي مركز} \quad \text{* لدينا}$$

$$(S) \cap (ABC) = \mathcal{C}(\Omega, \sqrt{2}) \quad \text{إذن}$$

(3) لدينا (Δ) المستقيم المار من $\Omega(0, 1, 0)$ و العمودي على ABC إذن

$$(\Delta) \quad \text{موجه ب} \quad \vec{u}(1, 2, -2)$$

$$\begin{aligned} d(0, (\Delta)) &= \frac{|| \vec{\Omega O} \wedge \vec{u} ||}{|| \vec{u} ||} \\ &= \frac{|| 2 \vec{i} + \vec{k} ||}{\sqrt{1+4+4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

إذن