

1- تحديد المجموعة D_f :

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

$$x \in D_f \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \quad \text{و} \quad x-1 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 1$$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

اثبات المتساوية المقترحة

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R} - \{1\}$

لدينا

$$f(x) = \ln \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$= -\ln (x-1)^2$$

$$= -\ln |x-1|^2$$

$$= -2 \ln |x-1|$$

إذن $\forall x \in D_f \quad f(x) = -2 \ln |x-1|$

2- حساب النهايات المطلوبة

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \quad \text{لدينا.}$$
$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} |x - 1| = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{ومنه ✓}$$

$$\forall x \in D_f, \quad f(x) = -2 \ln |x - 1| \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |x - 1| = 0 \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \quad \text{ومنه}$$

3- دراسة منحنى تغيرات f

الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f

ليكن x عنصرا من D_f

$$f(x) = -\ln (x - 1)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = -\frac{2(x-1)}{(x-1)^2} \quad \text{ومنه}$$

$$= \frac{-2}{x-1}$$

إذن إذا كان $x > 1$ فإن $f'(x) < 0$

ومنه f تناقصية قطعاً على $]1, +\infty[$

وإذا كان $x < 1$ فإن $f'(x) > 0$

ومنه f تزايدية قطعاً على $]-\infty, 1[$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		+		-	
f(x)	$-\infty$		$+\infty$		$-\infty$

4- نقطتا تقاطع (0) ومحور الافاصيل

ليكن x عنصرا من D_f

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln \frac{1}{(x-1)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ أو } x = 2$$

إذن النقطتان $O(0,0)$ و $A(2,0)$ هما نقطتا تقاطع (0) ومحور الافاصيل .

5- اثبات المتساوية المقترحة

ليكن x عنصرا من D_f

$$\begin{aligned} f(2-x) &= -2\ln |(2-x) - 1| \\ &= -2\ln |1-x+1| \\ &= -2\ln |x-1| \\ &= f(x) \end{aligned}$$

التأويل الهندسي

لتكن $M(x,y)$ نقطة من (ع) $(y = f(x))$

لدينا $M'(2-x,y)$ نقطة من (ع) لأن $f(2-x) = f(x)$

وبما أن منتصف $[MM']$ ينتمي إلى المستقيم الذي معادلته

$x = 1$ و MM' عمودية على $\vec{z}$ فإن المستقيم الذي معادلته

$x = 1$ هو مستقيم تماثل للمنحنى (ع) .

6- الفرع اللانهائي للمنحنى (ع)

لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

ليكن x عنصرا من $]1, +\infty[$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{-2 \ln(x-1)}{x}$$

$$= -2 \frac{\ln(x-1)}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x-1} = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} \quad \text{لدينا}$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \quad \text{و}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \quad \text{ومنه}$$

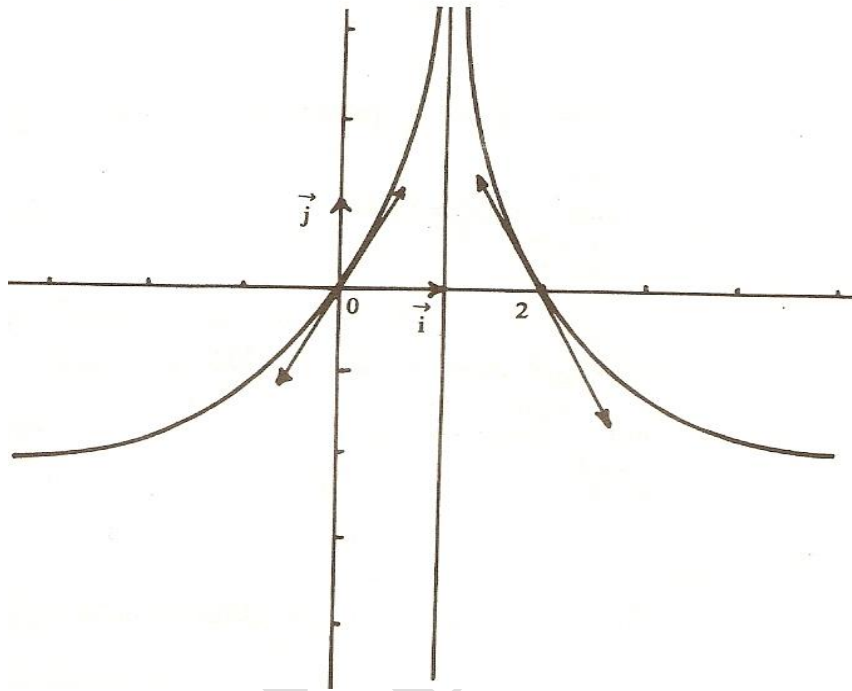
إذن (ع) يقبل فرعاً شلجياً اتجاهه محور الافاصيل .

7- معادلة مماس (8) عند A

لدينا $f(2) = 0$ و $f'(2) = -2$

ومنه $y = -2(x - 2)$ أي $y = -2x + 4$ هي معادلة مماس (8) عند النقطة A .

انشاء المنحنى (8) .



Achamel