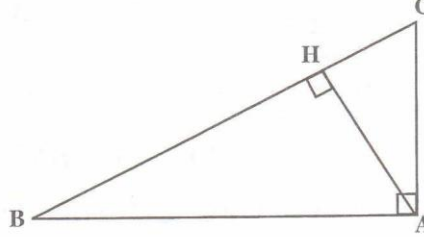


حل التمرين 24

الشكل :



(1) نبين أنه : $AH^2 \times BC^2 = AB^2 \times AC^2$

في المعطيات نعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A وأن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC) إذن مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين هي

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} \quad \text{وكذلك}$$

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2} \quad \text{ومنه فإن}$$

$$AH \times BC = AB \times AC \quad \text{أي أن:}$$

$$AH^2 \times BC^2 = AB^2 \times AC^2 \quad \text{أي أن:}$$

(2) نبين أنه : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

حسب جواب السؤال (1)

$$AH^2 \times BC^2 = AB^2 \times AC^2 \quad \text{نعلم أن}$$

$$\frac{1}{AH^2 \times BC^2} = \frac{1}{AB^2 \times AC^2} \quad \text{تعني أن}$$

إذن العلاقة (1) تصبح كما يلي :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \times AC^2}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2}{AB^2 \times AC^2} + \frac{AC^2}{AB^2 \times AC^2} \quad \text{تعني أن}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} \quad \text{أي أن:}$$

$$\frac{BC^2}{AH^2 \times BC^2} = \frac{BC^2}{AB^2 \times AC^2} \quad \text{تعني أن}$$

$$(1) \quad \frac{1}{AH^2} = \frac{BC^2}{AB^2 \times AC^2} \quad \text{تعني أن}$$

وبما أن المثلث ABC قائم الزاوية في A فإنه حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$