

1- جدول تغيرات f :

مجموعة تعريف الدالة f هي IR

. ليكن x عنصرا من IR

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = 1 - e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{ومنه}$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow e^{-\frac{x}{2}} \leq 1 \quad \text{إذن}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0$$

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0 \quad \text{وبالمثل لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 + 2 \cdot \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{x} \right) - 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 - \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\left(-\frac{x}{2}\right)} \right) - 2$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{-\frac{x}{2}} = +\infty \quad \text{لأن}$$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	0	$+\infty$

2- أ- D مستقيم مقارب :

. ليكن x عنصرا من IR

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$f(x) - (x - 2) = 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{أي}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 2)) = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{لأن}$$

إذن المستقيم (D) المحدد بالمعادلة $y = x - 2$ مقارب للمنحنى ($\mathcal{C}_f$)

. عند $+\infty$

ب- الوضع النسبي للمنحنى (C) و (D) :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (x-2) = 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (x-2) > 0 \quad \text{ومنه}$$

إذن (C) يوجد فوق المستقيم (D) .

ج- حساب النهاية المطلوبة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x} + 2 \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{x} \right) \quad \text{لدينا}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} \right)$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} = +\infty$$

لأن

التأويل الهندسي :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \quad \text{لدينا}$$

إذن (C) يقبل فرعاً شلجماً اتجاهه محور الأرتيب .

3- وجود النقطة M .

تكن M نقطة (C) و (x, f(x)) زوج إحداثياتها .

مماس المنحنى (C) عند النقطة M مستقيم معاملته الموجه

$$f'(x)$$

إذن يكون هذا المماس موازياً للمستقيم (D) إذا وفقط إذا

$$\text{كان : } f'(x) = 1$$

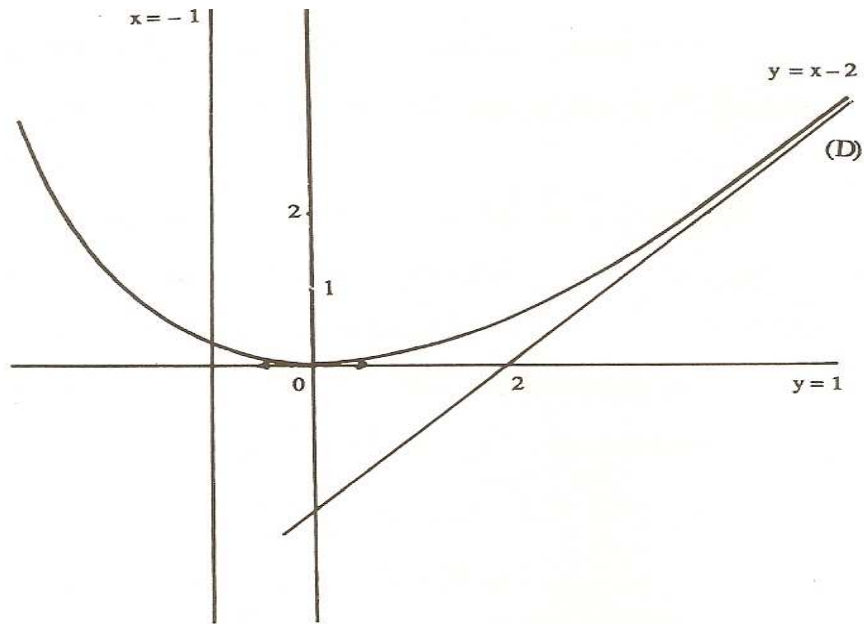
$$1 - e^{-\frac{x}{2}} = 1 \quad \text{أي}$$

$$e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{أي}$$

إذن لا توجد نقطة من (C) يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم (Δ) .

4- إنشاء المنحنى (C) :



5- حساب الحجم المطلوب

الحجم المطلوب هو : $V = \int_{-1}^0 \pi f^2(x) dx$

ولدينا $f^2(x) = (x-2)^2 + 4(x-2)e^{-\frac{x}{2}} + 4e^{-x}$

$$= x^2 - 4x + 4 + 4xe^{-\frac{x}{2}} - 8e^{-\frac{x}{2}} + 4e^{-x}$$

وبما أن $\int_{-1}^0 4xe^{-\frac{x}{2}} dx = [-8xe^{-\frac{x}{2}} - 16e^{-\frac{x}{2}}]_{-1}^0$ فإن

$$V = \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + 16e^{-\frac{x}{2}} - 4e^{-x} - 8xe^{-\frac{x}{2}} - 16e^{-\frac{x}{2}} \right]_{-1}^0$$

$$= \pi \left((16 - 4 - 16) - \left(-\frac{1}{3} - 2 - 4 + 16e^{\frac{1}{2}} - 4e + 8e^{\frac{1}{2}} - 16e^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

$$= \pi \left(\frac{7}{3} + 4e - 8\sqrt{e} \right)$$