

I-1- دراسة تغيرات الدالة g .

. g معرفة على IR .

. لدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

. g قابلة للاشتقاق على IR

ليكن x عنصرا من IR

. لدينا $g(x) = xe^x + 1$

ومنه $g'(x) = e^x + xe^x$ أي $g'(x) = (x+1)e^x$

. جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
		-	+
$g(x)$	1	$1 - \frac{1}{e}$	$+\infty$

2- اشارة g(x) :

. لدينا $g(x) \geq 1 - \frac{1}{e} \quad \forall x \in \mathbb{R}$ وذلك حسب منحنى تغيرات g

إذن $g(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ (لأن $1 - \frac{1}{e} > 0$)

II-1- مجموعة تعريف الدالة f :

ليكن x عنصرا من IR .

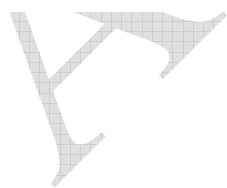
لدينا حسب الجزء الأول السؤال الثاني منه : $xe^x + 1 > 0$

إذن $\forall x \in \mathbb{R} \quad xe^x + 1 \neq 0$

وبالتالي مجموعة تعريف الدالة f هي IR .

2- حساب نهايتي f .

. لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^x - 1}{xe^x + 1}$



$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x e^x}}{1 + \frac{1}{x e^x}}$$

$$= 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x e^x} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x e^x - 1}{x e^x + 1} \quad \text{لدينا .}$$

$$= -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \quad \text{لأن}$$

3- أ- حساب $f'(x)$ ودراسة اشارتها

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{x e^x - 1}{x e^x + 1} \quad \text{لدينا}$$

$$= \frac{x e^x + 1 - 2}{x e^x + 1}$$

$$= 1 - \frac{2}{g(x)}$$

$$f'(x) = \frac{2 g'(x)}{g^2(x)} \quad \text{ومنه}$$

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$:

لدينا اشارة $f'(x)$ هي اشارة $g'(x)$ ومنه

$$\forall x \in]-1, +\infty[\quad f'(x) > 0 \quad \text{و} \quad \forall x \in]-\infty, -1[\quad f'(x) < 0$$

$$\text{و} \quad f'(-1) = 0$$

ب- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		0	
		$-$	$+$
$f(x)$	-1	$\frac{1+e}{1-e}$	1

4- اثبات النتيجة المطلوبة :

$$\text{لدينا :} \quad f(1) = \frac{e-1}{e+1} \quad \text{ومنه} \quad f(1) > 0 \quad (\text{لأن } e > 1)$$

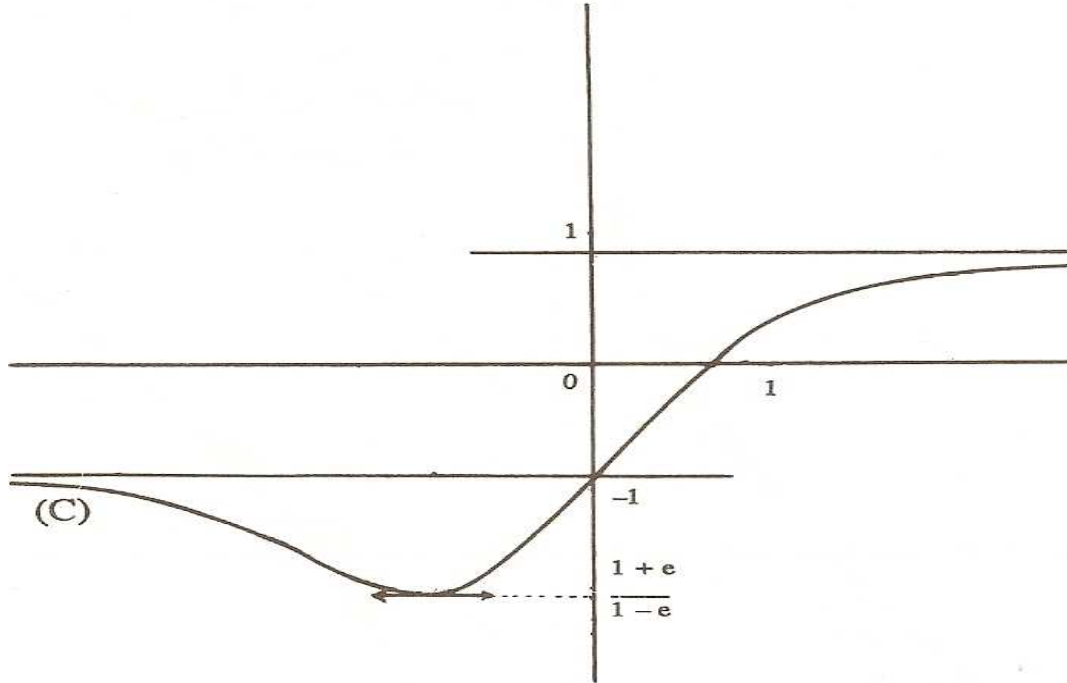
$$\text{ولدينا} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{e}-1}{\frac{1}{2}\sqrt{e}+1} = \frac{\sqrt{e}-2}{\sqrt{e}+2} \quad \text{ومنه} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$$

$$(\sqrt{e} < 2)$$

ولدينا f متصلة على المجال $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

إذن يوجد عدد حقيقي α محصور بين 1 و $\frac{1}{2}$ بحيث :
 $f(\alpha) = 0$

أي أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا محصورا بين 1 و $\frac{1}{2}$.
-5- رسم المنحنى (C) :



تجاوز الصعاب من التمارين مع الشامل

مع تحيات Equipe Achamel