

1- أ- التحقق من النتيجة المطلوبة

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

$$x \in D \Leftrightarrow |x-1| > 0 \text{ و } 2x+1 > 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 1 \text{ و } x > -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left] -\frac{1}{2}, 1 \right[\cup] 1, +\infty [$$

$$D = \left] -\frac{1}{2}, 1 \right[\cup] 1, +\infty [\quad \text{إذن}$$

ب- حل المعادلة المقترحة

ليكن x عنصرا من D

$$\begin{aligned} f(x) &= 2 \ln |x - 1| + \ln (2x + 1) \\ &= \ln (x - 1)^2 + \ln (2x + 1) \\ &= \ln (x - 1)^2 (2x + 1) \end{aligned}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln (x - 1)^2 (2x + 1) = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 (2x + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x = \frac{3}{2}$$

إذن مجموعة حلول هذه المعادلة هي : $S = \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$

2- تغيرات الدالة f

$$\forall x \in D \quad f(x) = \ln (x - 1)^2 (2x + 1) \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1)^2 (2x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = +\infty \quad \text{بما أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{فإن}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^2 (2x + 1) = 0 \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} (x - 1)^2 (2x + 1) = 0 \quad \text{لدينا .}$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$$

ومنه

$$x > -\frac{1}{2}$$

. الدالة f قابلة للاشتقاق على D

ليكن x عنصرا من D

$$f(x) = \ln(2x^3 - 3x^2 + 1) \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 6x}{2x^3 - 3x^2 + 1} \quad \text{ومنه}$$

$$= \frac{6x(x-1)}{(x-1)^2(2x+1)}$$

$$= \frac{6x}{(x-1)(2x+1)}$$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $\frac{x}{x-1}$

x	$-1/2$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0		
		$+$	$-$	$+$
$f(x)$		0		$+\infty$

$-\infty$ $-\infty$ $-\infty$

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

3- أ- اثبات المتساوية المقترحة

ليكن x عنصرا من $]1, +\infty[$

$$f(x) = 2 \ln(x-1) + \ln(2x+1) \quad \text{لدينا}$$

$$= 2 \ln x \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \ln 2x \left(1 + \frac{1}{2x}\right)$$

$$= 2 \ln x + 2 \ln \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \ln 2x + \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)$$

$$= 3 \ln x + \ln 2 + 2 \ln \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right)$$

ب- الفروع اللانهائية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3 \ln x}{x} + \frac{\ln 2}{x} + \frac{2}{x} \ln \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \right]$$

$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln \left(1 - \frac{1}{x} \right) = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{2x} \right) = 0$$

إذن (C) يقبل فرعا شلجيميا اتجاهه محور الافاصيل .

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا}$$

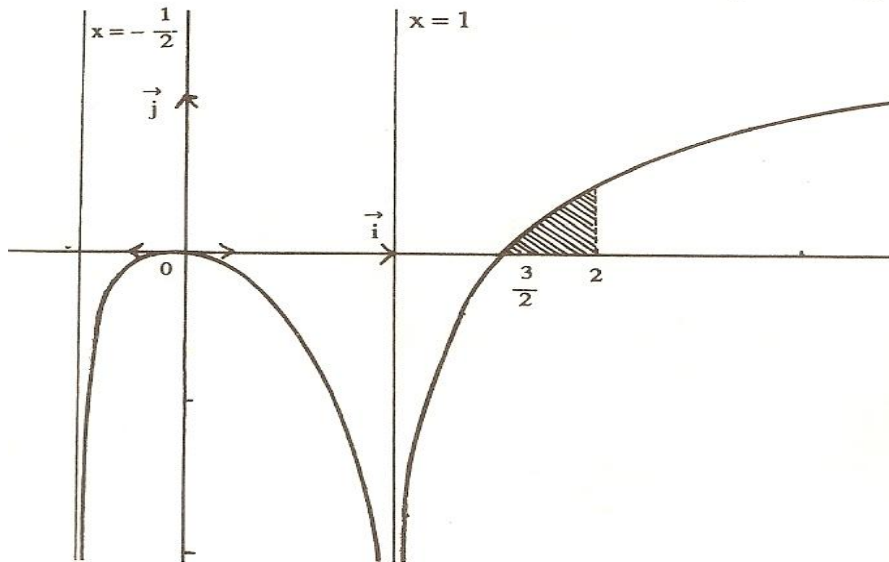
ومنه (C) يقبل مقاربا معادلته $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا}$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

ومنه (C) يقبل مقاربا معادلته $x = -\frac{1}{2}$

ج- رسم المنحنى (C)



4- أ- حساب القيمة المطلوبة

الدالة F قابلة للاشتقاق على $]1, +\infty[$

ليكن x عنصرا من $]1, +\infty[$

$$\begin{aligned} \text{لدينا } F'(x) &= \ln\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1 + 2 \ln(x-1) + 2 - (3 - \ln 2) \\ &= \ln\left(x + \frac{1}{2}\right) + 2 \ln(x-1) + \ln 2 \\ &= \ln(2x+1) + 2 \ln(x-1) \\ &= f(x) \end{aligned}$$

ب- حساب المساحة المطلوبة

مساحة السطح المقترح هي :

$$\begin{aligned} A &= \int_{\frac{3}{2}}^2 f(x) dx \\ &= \int_{\frac{3}{2}}^2 F'(x) dx \\ &= F(2) - F\left(\frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{5}{2} \ln 5 - 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ومنه مساحة هذا السطح بالسنتيمتر المربع هي :

$$a = 4 A$$

$$= 10 \ln 5 - 12 \ln 2 - 6$$

Achamel