

1- التحقق من المتساوية :ليكن t عنصرا من $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$. لدينا :

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} &= \frac{(t+1)^2 - t(t+1) - t}{t \cdot (t+1)^2} \\ &= \frac{t^2 + 2t + 1 - t^2 - t - t}{t(t+1)^2} \\ &= \frac{1}{t(t+1)^2} \end{aligned}$$

إذن : $\frac{1}{t(t+1)^2} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2}$ لكل t من $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$

2- حساب التكامل الأول :

نضع $I = \int_1^2 \frac{1}{t(t+1)^2} dt$

وحسب نتيجة السؤال (1) لدينا :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt \\ &= \int_1^2 \frac{1}{t} dt - \int_1^2 \frac{1}{t+1} dt - \int_1^2 \frac{1}{(t+1)^2} dt \end{aligned}$$

ولدينا : $\ln t$ و $\ln(t+1)$ و $-\frac{1}{t+1}$ دوال أصلية للدوال التالية على التوالي :

$$t \rightarrow \frac{1}{t} \quad \text{و} \quad t \rightarrow \frac{1}{t+1} \quad \text{و} \quad t \rightarrow \frac{1}{(t+1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 I &= [\ln t]_1^2 - [\ln(t+1)]_1^2 - \left[\frac{-1}{t+1} \right]_1 \\
 &= (\ln 2 - \ln 1) - (\ln 3 - \ln 2) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \\
 &= \ln 2 - \ln 3 + \ln 2 - \frac{1}{6} \\
 &= 2 \ln 2 - \frac{1}{6} - \ln 3
 \end{aligned}$$

3- حساب التكامل الثاني :

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx \quad \text{نضع :}$$

ونضع $t = e^x$ أي $dt = e^x dx$ أي $dt = t \cdot dx$ أي $dx = \frac{1}{t} dt$

ومنه : $x = 0$ إذا كان $t = e^0 = 1$ $x = \ln 2$ إذا كان $t = e^{\ln 2} = 2$

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx \quad \text{وبالتالي :}$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{(t+1)^2} \cdot \frac{dt}{t}$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{t(t+1)^2} dt$$

$$J = 2 \ln 2 - \frac{1}{6} - \ln 3 \quad \text{وحسب السؤال (2) فإن :}$$

www.achamel.info

www.Achamel.net

www.Achamel.org

www.Achamel.ma

مع تحيات Equipe Achamel