

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - u_n \text{ لدينا } (-1) \\ &= 2u_n - u_{n-1} - u_n \\ &= v_n \end{aligned}$$

إذن (v_n) متتالية ثابتة.

$$\text{و } (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad v_n = v_1 = u_1 - u_0 = 2$$

(ب-) من (-1) نستنتج أن :

$$\begin{aligned} (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n &= u_{n-1} + v_n \\ &= u_{n-1} + 2 \end{aligned}$$

ومنه (u_n) متتالية حسابية أساسها 2.

(أ-2) لدينا في هاته الحالة :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - u_n \\ &= -2u_n + 3u_{n-1} - u_n \\ &= -3(u_n - u_{n-1}) \\ &= -3v_n \end{aligned}$$

إذن (v_n) هندسية أساسها (-3) وحدها الأول $v_1 = 2$

$$\begin{aligned} \text{ب- لدينا } (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad v_n &= v_1(-3)^{n-1} \\ &= 2(-3)^{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= v_1 + v_2 + \dots + v_n \text{ و } \\ &= v_1 \cdot \frac{1 - (-3)^n}{1 - (-3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} (1 - (-3)^n) \quad \text{إذن :}$$

$$\begin{aligned} \text{ج- لدينا } S_n &= v_1 + v_2 + \dots + v_n \\ &= (u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + \dots + (u_n - u_{n-1}) \\ &= u_n - u_0 \\ &= u_n - 1 \quad \text{إذن :} \end{aligned}$$

د- من السؤال السابق نستنتج أن :

$$\begin{aligned} (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n &= S_n + 1 \\ &= 1 + \frac{1}{2} (1 - (-3)^n) \end{aligned}$$

بما أن المتتالية $\left[(-3)^n \right]_n$ لا تقبل نهاية فإن المتتالية $(u_n)_n$ لا تقبل نهاية وبالتالي فهي غير متقاربة.