

(1) أ- حساب الجداء المتجهي :

لدينا : $\vec{AB}(1-0, -2-(-1), 0-1)$ أي : $\vec{AB}(1, -1, -1)$

$\vec{AC}(-2, 1, 0)$ أي : $\vec{AC}(-2-0, 0-(-1), 1-1)$

$$\begin{aligned}\vec{AB} \wedge \vec{AC} &= \begin{vmatrix} 1 & -2 & \vec{i} \\ -1 & 1 & \vec{j} \\ -1 & 0 & \vec{k} \end{vmatrix} && \text{ومنه :} \\ &= \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}\end{aligned}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} \quad \text{إذن}$$

معادلة ديكرتية لـ (ABC) :

المتجهة $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متعامدة مع كل من $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$.

ومنه : $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متجهة منظمية على المستوى (ABC)

إذن معادلة (ABC) هي $x + 2y - z + \alpha = 0$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

وبما أن A تنتمي إلى (ABC) فإن :

$$0 + 2(-1) - (1) + \alpha = 0 \quad \text{أي} \quad \alpha = 3$$

وبالتالي : معادلة (ABC) هي : $x + 2y - z + 3 = 0$

ب- تمثيل بارامترية لـ (Δ)

(Δ) عمودي على (ABC). ومنه $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ متجهة موجهة

للمستقيم (Δ). وبما أن (Δ) يمر من D(2,3,-1) فإن تمثيلا

بارامترية لـ (Δ) هو :

$$\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

ج- إحداثيات المسقط العمودي :

إحداثيات المسقط العمودي لـ D على المستوى (ABC) هي

حل النظام

$$\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - z + 3 = 0 \\ (2 + \lambda) + 2(3 + 2\lambda) - (-1 - \lambda) + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ \lambda = -2 \end{cases} \quad \text{أي}$$

إذن : مثلث إحداثيات المسقط العمودي للنقطة D على

المستوى (ABC) هو : (0, -1, 1) .

(2) أ- مركز وشعاع الفلكة :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z - 22 = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 + (z+1)^2 - 1 - 22 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 6^2$$

إذن : مركز الفلكة (S) هو D(2,3,-1) وشعاعها هو 6 .

ب- تقاطع (S) و (ABC) :

مسافة النقط D مركز (S) عن المستوى (ABC) هي :

$$d(D, (ABC)) = \frac{|2 + 2(3) - (-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{6}$$

وبما أن $d(D, (ABC)) < 6$ فإن (ABC) يقطع (S) التي

مركزها D وشعاعها 6 حسب الدائرة التي مركزها المسقط

العمودي للنقطة D على (ABC) أي : النقطة ذات الاحداثيات
(0, -1, 1) حسب السؤال (1) ج - وشعاعها هو :
$$\sqrt{6^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Achamel