

$$\begin{aligned} x \in D_f &\Leftrightarrow x^2 + x \succ 0 \text{ (-1)} \\ &\Leftrightarrow x(x+1) \succ 0 \\ x \in \Leftrightarrow x &] -\infty, -1[\cup]0, +\infty[\\ D_f &=] -\infty, -1[\cup]0, +\infty[\text{ إذن} \end{aligned}$$

2- نعلم أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 + x} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} = +\infty$$

 إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
 وبما أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2 + x} = +\infty$
 فإن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

$$\begin{aligned} f \left[2 \left(-\frac{1}{2} \right) - x \right] &= f(-1-x) \\ &= \frac{1}{(x+1)^2 - 1 - x} - \sqrt{(x+1)^2 - 1 - x} \\ &= \frac{1}{x^2 + 2x - 1 - x} - \sqrt{x^2 + 2x + 1 - 1 - x} = f(x) \end{aligned}$$

إذن $(\forall x \in D_f) \quad f \left[2 \left(-\frac{1}{2} \right) - x \right] = f(x)$

المستقيم (Δ) محور تماثل (C) .

(-4) ليكن x من D_f

$$f'(x) = -\frac{2x+1}{(x^2+x)^2} - \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

$$= -(2x+1) \left[\frac{1}{(x^2+x)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}} \right]$$

$$(\forall x \in D_f]0, +\infty[) \frac{1}{(x^2 + x)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x^2 + x}} > 0 \quad (-5)$$

إنه تقبل $f'(x)$ إشارة عكس إشارة $2x + 1$ على $]0, +\infty[$

بما أن : $(\forall x > 0) \quad 2x + 1 > 0$

فإن : $\forall x > 0 \quad f'(x) < 0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

- 6

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^3 + x^2} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2 + x} - \left[\sqrt{x^2 + x} - x \right] \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = -\frac{1}{2} \quad \text{إذن}$$

وبالتالي فإن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x - \frac{1}{2}$ مقارب لـ (c) بجوار $+\infty$

$$x > 0 \quad f(x) = 0 \quad (-7)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2 + x} = \sqrt{x^2 + x}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{إذن}$$

$$(\text{الحل } \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ غير مقبول لأنه سالب})$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

$$\left(A = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, 0 \right) \text{ هي نقطة تقاطع (C) ومحور الأفاصيل على } \mathbb{R}^{*+}.$$

