

1- أ- تحديد D

. بما أن $e^x + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ فإن $D = \mathbb{R}$

f زوجية

. لدينا D متماثلة بالنسبة للصفر

. ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{4e^{-x}}{(e^{-x} + 1)^2} \\ &= \frac{4}{e^x} \times \left(\frac{e^x}{e^x + 1} \right)^2 \\ &= \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

إذن f دالة زوجية .

ب- حساب النهاية المطلوبة :

لدينا . $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{e^{2x} \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)^2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)^2 = +\infty \quad \text{لأن}$$

2- أ- حساب $f'(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = \frac{4e^x(e^x + 1)^2 - 8e^x(e^x + 1)e^x}{(e^x + 1)^4} \quad \text{ومنه}$$

$$= \frac{4e^x(1 - e^x)}{(e^x + 1)^3}$$

ب- جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty[$:

لدينا $1 - e^x < 0$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

$$\frac{4e^x(1 - e^x)}{(e^x + 1)^3} < 0 \quad \text{وبما أن } e^x < 0 \text{ و } 1 + e^x > 0 \text{ فإن}$$

إذن $f'(0) = 0$ و $\forall x \in]0, +\infty[\quad f'(x) < 0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0	-
$f(x)$	1	0

3- حساب الصورتين

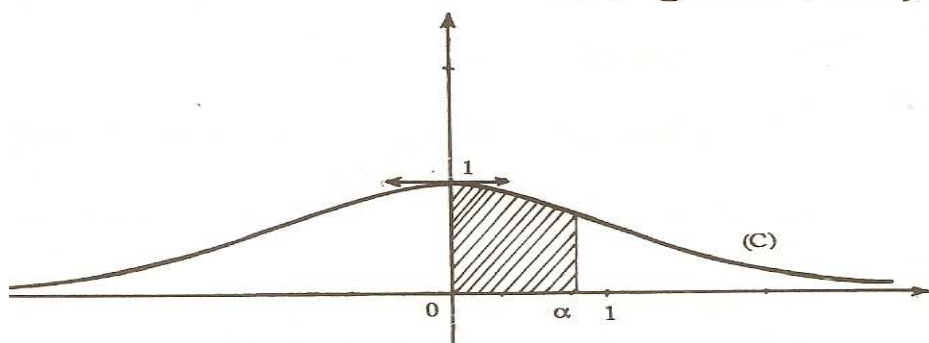
$$f(\ln 2) = \frac{4e^{\ln 2}}{(e^{\ln 2} + 1)^2} \quad \text{لدينا .}$$

$$= \frac{4 \times 2}{(2 + 1)^2} = \frac{8}{9}$$

$$f(3 \ln 2) = f(\ln 2^3) \quad \text{لدينا .}$$

$$= \frac{4 \times 2^3}{(2^3 + 1)^2} = \frac{32}{81}$$

إنشاء المنحنى (C):



4- أ- تحديد دالة أصلية للدالة u :ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$

لدينا

$$u(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^4}$$

$$= e^x (e^x + 1)^{-4}$$

$$= (e^x + 1)' (e^x + 1)^{-4}$$

إذن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $x \mapsto -\frac{1}{3} (e^x + 1)^{-3}$ هي دالة أصلية للدالة u .

ب- حساب $V(\alpha)$:

$$V(\alpha) = \int_0^\alpha 16\pi e^x u(x) dx \quad \text{لدينا :}$$

$$= \frac{16\pi}{6} \left[-\frac{3e^x + 1}{(e^x + 1)^3} \right]_0^\alpha$$

$$= -\frac{8\pi}{3} \left(\frac{3e^\alpha + 1}{(e^\alpha + 1)^3} - \frac{1}{2} \right)$$

$$V(\alpha) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3e^\alpha + 1}{(e^\alpha + 1)^3} \right) \quad \text{إذن}$$

نهاية $V(\alpha)$:

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} V(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{8\pi}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3e^\alpha + 1}{(e^\alpha + 1)^3} \right) \quad \text{لدينا}$$

$$= \frac{4\pi}{3}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{3e^\alpha + 1}{(e^\alpha + 1)^3} = 0 \quad \text{لأن}$$



مع الشامل

Achamel