

1- حيز تعريف الدالة f

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

. إذا كان $x > 0$ فإن $e^x > 1$ أي $e^x - 1 > 0$.

ومنه فإنه للعدد x صورة بالدالة f .

. لدينا $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x + 1 \neq 0$ ومنه $\forall x \in]-\infty, 0] \quad e^x + 1 \neq 0$.

إذن كل عنصر من $\mathbb{R}^-$ ينتمي إلى مجموعة تعريف الدالة f .

وبالتالي فإن حيز تعريف الدالة f هو $\mathbb{R}$.

2- حساب النهايات المطلوبة :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{e^x + 1} \right) \quad \text{لدينا .}$$

$$= -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^x + 1} = 2 \quad \text{لأن .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad \text{لدينا .}$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad \text{لدينا .}$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{e^x - 1} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (2x - 1) = -1 \quad \text{لأن}$$

3- أ- دراسة الفروع اللانهائية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{لدينا .}$$

إذن $\mathcal{C}$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -1$ عند $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x - 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x + 1} = 0$$

إذن $\mathcal{C}$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 2x - 1$ عند $+\infty$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا ومنه } \mathcal{C} \text{ يقبل مقاربا معادلته } x = 0$$

ب- الوضع النسبي للمنحني $\mathcal{C}$ والمستقيم المقارب :

$$\text{بما أن } f(x) - (2x - 1) = \frac{1}{e^x - 1} \quad \forall x \in \mathbb{R}^{+*} \text{ و } e^x - 1 > 0$$

$$\forall x \in]0, +\infty[\quad f(x) - (2x - 1) > 0 \quad \text{لكل } x > 0 \text{ فإن}$$

إذن $\mathcal{C}$ يوجد فوق المستقيم الذي معادلته $y = 2x - 1$

4- أ- اثبات النتيجة المطلوبة :

$$\bullet \quad f(0) = 1 - \frac{2}{e^0 + 1} = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} &= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x(e^x + 1)} \right) \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} \left(1 - \frac{2}{e^x + 1} \right) \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{e^x - 1}{x} \times \frac{1}{e^x + 1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{e^x - 1}{x} = \exp'(0) = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{e^x + 1} = \frac{1}{2} \quad \text{لأن}$$

إذن f قابلة للاشتقاق على اليسار في النقطة 0 ولدينا

$$f'_g(0) = \frac{1}{2}$$

ب. التأويل الهندسي .

بما أن $f_g(0) = \frac{1}{2}$ فإن $\mathcal{C}$ يقبل نصف مماس عند النقطة O وأن المعامل الموجه لحامله هو $\frac{1}{2}$

ب- اتصال الدالة f على اليسار في 0 :

الدالة f متصلة على اليسار في 0 لأنها قابلة للاشتقاق على اليسار في 0 .

5- أ- حساب $f'(x)$:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}^*$

. إذا كان $x > 0$ فإن $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$

إذن $f'(x) = 2 - \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$

$$= \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$$

إذا كان $x < 0$ فإن $f(x) = 1 - \frac{2}{e^x + 1}$

إذن $f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$

ب- إشارة $f'(x)$:

. ليكن x عنصرا من $]-\infty, 0[$

لدينا $f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$

ومنه $f'(x) > 0$ لأن $e^x > 0$

. ليكن x عنصرا من $]0, +\infty[$

لدينا $f(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$

$$= \frac{2\left(e^x - \frac{1}{2}\right)(e^x - 2)}{(e^x - 1)^2}$$

بما أن $x > 0$ فإن $e^x > 1$ ومنه $e^x - \frac{1}{2} > 0$

إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $e^x - 2$

إذا كان $x = \ln 2$ أي $e^x - 2 = 0$ فإن $f'(x) = 0$

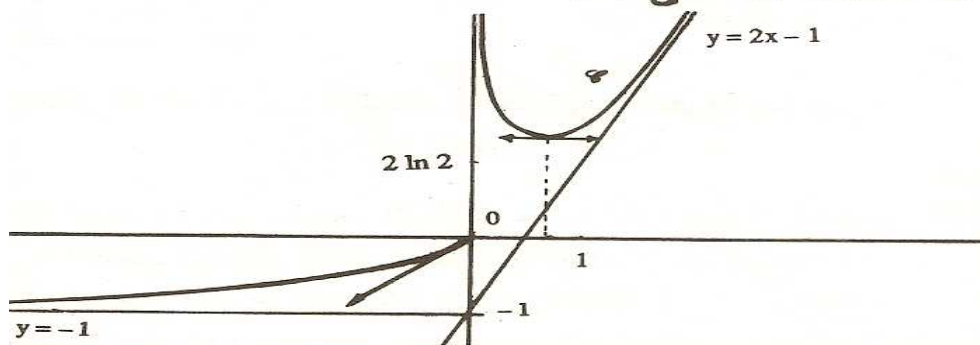
إذا كان $x < \ln 2$ أي $e^x < 2$ فإن $f'(x) < 0$

إذا كان $x > \ln 2$ أي $e^x > 2$ فإن $f'(x) > 0$

ج- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	0
$f(x)$	-1	0	$+\infty$	$2 \ln 2$

6- انشاء المنحنى :



7- أ - حساب $g'(x)$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$g(x) = \frac{x e^x + x + 4}{e^x + 1} \quad \text{لدينا :}$$

$$= \frac{x(e^x + 1) + 4}{e^x + 1}$$

$$= x + \frac{4}{e^x + 1}$$

$$g'(x) = 1 - \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} \quad \text{ومنه}$$

$$= \frac{(e^x + 1)^2 - 4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$$

$$= \left(1 - \frac{2}{e^x + 1} \right)^2$$

ب - حساب الحجم V :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g'(x) = \left(1 - \frac{2}{e^x + 1} \right)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$\forall x \in]-\infty, 0] \quad g'(x) = f^2(x) \quad \text{ومنه}$$

$$V = \int_{-1}^0 \pi f^2(x) dx \quad \text{إذن}$$

$$= \pi \int_{-1}^0 g'(x) dx$$

$$= \pi [g(x)]_{-1}^0$$

$$= \pi \left(2 + 1 - \frac{4}{e^{-1} + 1} \right)$$

$$= \pi \left(3 - \frac{4e}{1+e} \right)$$

$$= \pi \cdot \frac{3-e}{1+e}$$



مع الشامل نت