

$$(E) : 2y'' - y' - y = 4e^{2x}$$

$$\varphi(x) = \frac{4}{5} e^{2x} \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \varphi''(x) = \frac{16}{5} e^{2x} \text{ و } \varphi'(x) = \frac{8}{5} e^{2x} \text{ لدينا}$$

$$\begin{aligned} 2\varphi''(x) - \varphi'(x) - \varphi(x) &= \frac{32}{5} e^{2x} - \frac{8}{5} e^{2x} - \frac{4}{5} e^{2x} \\ &= \left(\frac{32 - 8 - 4}{5} \right) e^{2x} \\ &= 4 e^{2x} \end{aligned}$$

إذن φ حل خاص للمعادلة (E).

$$(2) \text{ لنحل المعادلة التفاضلية } 2y'' - y' - y = 0$$

$$2r^2 - r - 1 = 0 \text{ معادلتها المميزة هي}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2} \text{ و } r_1 = 1 \text{ حلاهما هما :}$$

$$x \mapsto \alpha e^x + \beta e^{-\frac{1}{2}x} \text{ هي الدوال (1) إذن حلول المعادلة (1) حيث } (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$$

$$(3) \text{ أ - لدينا } \varphi \text{ حل للمعادلة (E) إذن}$$

$$f \Leftrightarrow 2f''(x) - f'(x) - f(x) = 4e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 2f''(x) - f'(x) - f(x) = 2\varphi''(x) - \varphi'(x) - \varphi(x)$$

$$\Leftrightarrow 2(f''(x) - \varphi''(x)) - (f'(x) - \varphi'(x)) - (f(x) - \varphi(x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(f - \varphi)''(x) - (f - \varphi)'(x) - (f - \varphi)(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1) \text{ حل للمعادلة } (f - \varphi)$$

ب -

$$(1) \text{ حل للمعادلة } (f - \varphi) \Leftrightarrow (f - \varphi)(x) = \alpha e^x + \beta e^{-\frac{1}{2}x}; (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \varphi(x) + \alpha e^x + \beta e^{-\frac{1}{2}x}; (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}$$

إذن مجموعة حلول المعادلة (E) هي الدوال

$$(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \text{ حيث } x \mapsto \frac{4}{5} e^{2x} + \alpha e^x + \beta e^{-\frac{1}{2}x}$$

إعداد الأستاذ : عبد اللطيف شهبوني