

1- تحقق من أن :

لكل t من $\mathbb{R} - \{-1\}$ $t - 1 + \frac{1}{1+t} = \frac{t^2}{1+t}$

2- لدينا : $I = \int_0^1 \left(t - 1 + \frac{1}{1+t} \right) dt$

$= \left[\frac{t^2}{2} - t + \ln |1+t| \right]_0^1 = -\frac{1}{2} + \ln 2$

3- نضع : $\sqrt{x} = t$ ومنه $x = t^2$

$dx = 2t dt$ وبالتالي :

من أجل $x = 0$ لدينا : $t = 0$

ومن أجل $x = 1$ لدينا : $t = 1$

إذن : $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx = \int_0^1 \frac{t \cdot 2t dt}{1+t}$

$= 2 \int_0^1 \frac{t^2}{1+t} dt = 2I$

4- نضع : $U = \ln(1 + \sqrt{x})$ و $V' = 1$

$V = x$ ، $U' = \frac{1}{2\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$

إذن : $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx = [x \ln(1 + \sqrt{x})]_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

$= \ln 2 - I = \ln 2 + \frac{1}{2} - \ln 2 = \frac{1}{2}$



مع الشامل