

(1) $x \in D$ يعني أن $x \neq 0$ إذن :

$$D =] - \infty, 0 [\cup] 0, + \infty [$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty \quad * \quad \text{ب-}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + \ln(-x) \right) = +\infty \quad *$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \ln |x| = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \ln(-x) \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty \quad *$$

$$= \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \ln t = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(\frac{1}{x} + \ln |x| \right) = -\infty \quad \text{إذن}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln |x| : x > 0 \quad \text{ليكن} *$$

$$= \frac{1}{x} + \ln x$$

$$= \frac{1 + x \ln x}{x}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (1 + x \ln x) = 1 \quad \text{إذن} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln x = 0 \quad \text{نعلم أن}$$

$$\text{كما أن} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x = 0^+ \quad \text{وبالتالي} :$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{(1 + x \ln x)}{x} = +\infty$$

(2) أ- لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$$

$f'(x)$ و $x-1$ لهما نفس الإشارة على $\mathbb{R}^*$ لأن $x^2 > 0$.

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	—		— $\circ$ +	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 1	↗ $+\infty$	$+\infty$

ب - لدينا :

$$f([-1, 0[) =]-\infty, -1] \text{ و } f(]-\infty, -2]) = \left[-\frac{1}{2} + \ln 2, +\infty\right[$$

$$\text{و } f([0, 1]) = [1, +\infty[\text{ و } f([1, +\infty[) = [1, +\infty[\text{ و } f \text{ لا وصفر لا}$$

ينتمي الى أي مجال من هذه المجالات إذن المعادلة $f(x) = 0$ حيث

$$x \in \mathbb{R} \text{ تكافئ } f(x) = 0 \text{ حيث } x \in]-2, -1[$$

ليكن f_1 قصور الدالة f على المجال $]-2, -1[$

من خلال جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن f_1 متصلة وتناقصية قطعاً

على المجال $]-2, -1[$

إذن f_1 تقابل من $]-2, -1[$ نحو :

$$f_1(]-2, -1[) =]f(-1), f(-2)[$$

$$= \left]-1, -\frac{1}{2} + \ln 2\right[$$

بما أن $0 \in \left]-1, -\frac{1}{2} + \ln 2\right[$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً

وحيث α ينتمي الى $]-2, -1[$.

(3) أ - لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f''(x) = \frac{1 \cdot (x^2) - (x-1) 2x}{x^4}$$

$$= \frac{-x^2 + 2x}{x^4} = \frac{-x + 2}{x^3}$$

من خلال جدول إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f''(x)$	—	+	○	—

نستنتج أن $I\left(2, \frac{1}{2} + \ln 2\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (ع).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x}\right) = 0 \quad \text{ب-}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\ln(-x)}{-x}\right) = 0 \quad \text{و}$$

إذن المنحنى (ع) يقبل اتجاهها مقارباً هو اتجاه محور الأفاسيل بجوار $+\infty$

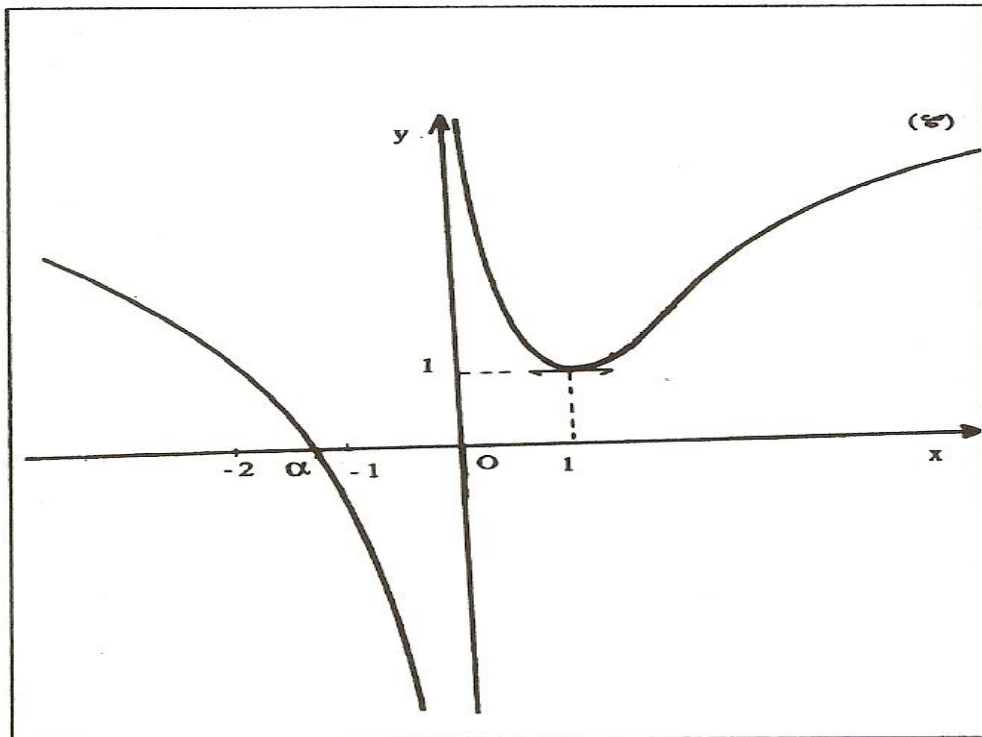
و $-\infty$.

- بما أن $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ فإن محور الأرتيب

$$x < 0$$

$$x > 0$$

مقارب للمنحنى (ع).



(4) - أ- ليكن $\lambda \in]0, 1[$

$$\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = \frac{2}{x} \ln x \end{cases} \text{ إذن } \begin{cases} u(x) = x \\ v(x) = (\ln x)^2 \end{cases} \text{ نضع :}$$

$$\int_{\lambda}^1 (\ln x)^2 dx = \int_{\lambda}^1 u'(x) v(x) dx \quad \text{لدينا :}$$

$$= [u(x) v(x)]_{\lambda}^1 - \int_{\lambda}^1 u(x) v'(x) dx$$

$$= [x \ln^2 x]_{\lambda}^1 - \int_{\lambda}^1 x \frac{2}{x} \ln x dx$$

$$= [x \ln^2 x]_{\lambda}^1 - 2 \int_{\lambda}^1 \ln x dx$$

$$= [x \ln^2 x]_{\lambda}^1 - 2 [x \ln x - x]_{\lambda}^1$$

$$= -\lambda \ln^2 \lambda + 2 (1 + \lambda \ln \lambda - \lambda)$$

$$v(\lambda) = \pi \int_{\lambda}^1 f^2(x) dx$$

$$= \pi \int_{\lambda}^1 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} \ln x + (\ln x)^2 \right) dx$$

$$= \pi \left[\int_{\lambda}^1 \frac{1}{x^2} dx + 2 \int_{\lambda}^1 \frac{\ln x}{x} dx + \int_{\lambda}^1 (\ln x)^2 dx \right]$$

$$= \pi \left[\left[-\frac{1}{x} \right]_{\lambda}^1 + [(\ln x)^2]_{\lambda}^1 + 2 (1 + \lambda \ln \lambda - \lambda) - \lambda (\ln \lambda)^2 \right]$$

$$= \pi \left(-1 + \frac{1}{\lambda} - (\ln \lambda)^2 + 2 (1 + \lambda \ln \lambda - \lambda) - \lambda (\ln \lambda)^2 \right)$$

ومنه

$$v(\lambda) = \pi \left(-1 + \frac{1}{\lambda} - (\ln \lambda)^2 + 2 (1 + \lambda \ln \lambda - \lambda) - \lambda (\ln \lambda)^2 \right)$$

ج- لدينا :

$$\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} \lambda (\ln \lambda)^2 = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} 4 \lambda (\ln \sqrt{\lambda})^2, \quad \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} \lambda \ln \lambda = 0$$

$$= \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} 4 (\sqrt{\lambda} \ln \sqrt{\lambda})^2$$

$$= 0$$

$$\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} \frac{1}{\lambda} - (\ln \lambda)^2 = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} \frac{1}{\lambda} (1 - \lambda (\ln \lambda)^2)$$

$$= +\infty$$

إذن : $\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \lambda > 0}} v(\lambda) = +\infty$

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

Achamel