

$$(1) \text{ لدينا } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$$

$$\text{إذن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} = 1$$

هندسيا هذه النتيجة تعني أن المستقيم ذي المعادلة $y = 1$ مقارب لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$.

$$(2) \text{ نضع } h = \frac{1}{x} \text{ عندما يتحول } x \text{ إلى } 0^+ \text{ فإن } h \text{ يتحول إلى } +\infty.$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{h \rightarrow +\infty} h \cdot e^{-h} \quad \text{لدينا :}$$

$$= \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^h}$$

$$= 0 \quad \left(\text{لأن } \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{e^h}{h} = +\infty \right)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} e^{-\frac{1}{x}} = \lim_{h \rightarrow +\infty} e^{-h} = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} \quad \text{إذن :}$$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{x}} \right)$$

$$= 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0 = f(0) \quad \text{وبالتالي}$$

وهذا يعني أن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة $x_0 = 0$.
 (3) نضع $t = 2u$. عندما يؤول t إلى $-\infty$ فإن u يؤول إلى $-\infty$.

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} (u e^u)^2 = 0 \quad \text{إذن} \quad \lim_{u \rightarrow -\infty} u e^u = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} t^2 e^t = \lim_{u \rightarrow -\infty} 4 u^2 e^{2u} \quad \text{ومنه :}$$

$$= \lim_{u \rightarrow -\infty} 4 (u e^u)^2$$

$$= 0$$

ب- نضع : $t = -\frac{1}{x}$. عندما يؤول x إلى 0^+ فإن t يؤول إلى $-\infty$.

لدينا $\lim_{t \rightarrow -\infty} t e^t = 0$ كما أن $\lim_{t \rightarrow -\infty} t^2 e^t = 0$ وذلك من خلال السؤال السابق.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} \right) \quad \text{إذن :}$$

$$= \lim_{t \rightarrow -\infty} (-t e^t + t^2 e^t)$$

$$= 0$$

وبالتالي f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و $f'_d(0) = 0$.
 (4) لكل x من $]0, +\infty[$:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \left(1 + \frac{1}{x}\right) \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{1}{x^3} e^{-\frac{1}{x}}$$

إذن $f'(x) > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$

جدول تغيرات f

x	0	$+\infty$
f'(x)	0	+
f(x)	0	1

(5) لكل x من $]0, +\infty[$:

$$f''(x) = -\frac{3}{x^4} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^3} \left(\frac{1}{x^2} \right) e^{-\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{-3x+1}{x^5} e^{-\frac{1}{x}}$$

إذن : $f''(x) = 0$ إذا كان $x = \frac{1}{3}$

كما أن $f''(x)$ و $(-3x+1)$ لهما نفس الإشارة على المجال $]0, +\infty[$

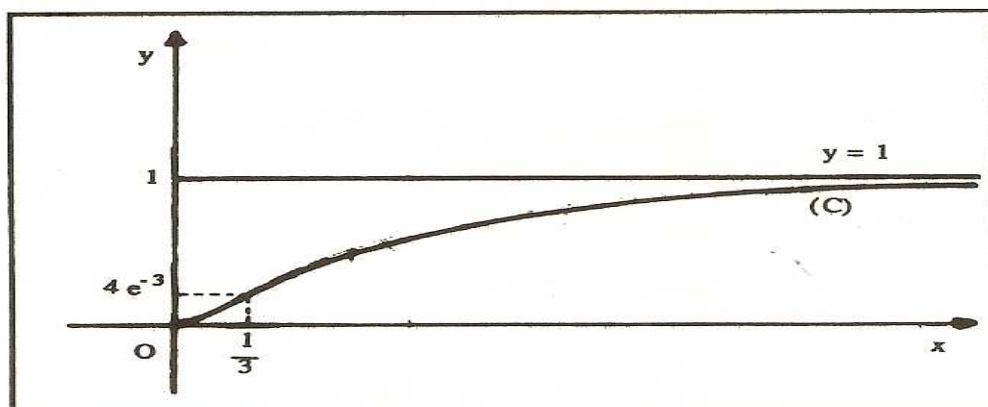
$$\frac{1}{x^5} e^{-\frac{1}{x}} > 0 \quad \text{لأن}$$

من خلال الجدول التالي :

x	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
f''(x)		+	-

نستنتج أن النقطة $A \left(\frac{1}{3}, 4 \cdot e^{-3} \right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

- إنشاء المنحنى (C) .



www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

www.achamel.info

www.Achamel.net

www.Achamel.org

www.Achamel.ma

مع تحيات Equipe Achamel

Achamel